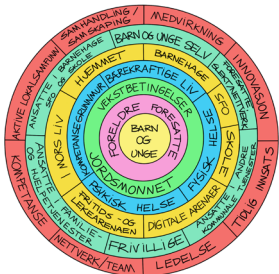


Plan for matematisk kompetanse i Færder kommune 2024–2034



Plan for matematisk kompetanse i Færder kommune 2024–2030

Innholdsfortegnelse

1 Forord

2 Innledning

2.1 Bakgrunn

2.2 Mål

2.3 Formål og intensjon

2.4 Roller og ansvarsområder

3 Kunnskapsgrunnlag

3.1 Trådmodellen

3.2 Matematikkforståelse

3.3 Fire tegn på utvikling av matematisk kompetanse

3.4 Dybdelæring

3.5 Tilpasset opplæring i matematikk

3.6 Elever med stort læringspotensial

3.7 Barn og unge som strever med å tilegne seg matematisk kompetanse

3.8 Matematikkvansker

3.9 ASK - alternativ og supplerende kommunikasjon

4 Barnehage

4.1 Tallforståelse og matematisk kompetanse

4.2 Lekens betydning for matematisk kompetanse

4.3 Språk og matematikk i barnehagen

4.4 Matematiske aktiviteter i barnehagen

4.4.1 Helhet og sammenheng mellom barnehage og skole

5Skole

5.1Skolefritidsordning_(SFO)

5.2Faget matematikk

5.3Læreplan matematikk 1–10

5.3.1Kjerneelementer i faget matematikk

5.3.2Grunnleggende ferdigheter

5.3.3Den kompetente matematikklæreren

5.3.4Strategiutvikling

5.3.5Matematisk kompetanse i barne- og ungdomsskolen

6Programmering

6.1Hva er programmering?

6.2Hva kan programmering brukes til?

6.3Algoritme og algoritmisk tenkning

7Metoder og organisering

7.1Undersøkende matematikkundervisning_(Inquiry based learning and teaching)

7.2Aktiv bruk av kommunikasjon og det matematiske språket

7.3Regning i alle fag

7.4Tips til foresatte

8Ressurser

9Kilder

1 Forord

Når barn skal lære å telle, begynner barnet med å ramse opp tallene og gjerne peke på en gjenstand for hvert nye tallord. Det tar tid før barnet forstår at neste tallord representerer summen av gjenstander barnet har pekt på. Det tar tid å forstå at stigende tall representerer økende mengde. Å vise barn tallenes magi, kan åpne et spennende univers. Matematikkens vidunderlige verden finnes i alt vi har omkring oss, i naturen og i hverdagen. Vi trenger å kunne regne og bruke matematikk for å løse mange utfordringer, ikke bare i fag, men i livet selv.



Dessverre opplever mange barn og voksne stress og engstelse i møte med matematiske utfordringer. Faktisk sier så mange som en fjerdedel av den voksne befolkningen at de har et negativt forhold til matematikk. Plan for matematisk kompetanse i Færder kommune, skal være et bidrag til at alle utvikler høy matematisk kompetanse gjennom hele læringsløpet, men den skal også bidra til glede og lærelyst.

For å bli glad i matematikk må du bli vist matematikkens univers. Du må også alene og sammen med andre, regne og beregne, anvende, utforske, resonnerer, forstå og oppleve engasjement. Matematisk kompetanse defineres som sammensatt av fem komponenter: Forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. Komponentene er tett sammenflettet og avhengige av hverandre. Ved å arbeide med alle fem komponentene med jevn og god progresjon, vil barn og unge utvikle en solid, varig, fleksibel og relevant matematisk kompetanse og kjenne mestring. De fem komponentene som ofte omtales som «trådmodellen» omfatter alle kjerneelementene i læreplanen for skole, LK20, men er også grunnlaget for rammeplanen for barnehage.

Det du lærer i barnehage og det du lærer i skolen bygger på hverandre. God sammenheng og sømløse overganger mellom barnehage og skole og mellom skoleslag forutsetter at pedagoger har god kjennskap til hverandres oppdrag. Plan for matematisk kompetanse i barnehage, skolefritidsordning og skole skal bidra til å tydeliggjøre felles oppdrag på tvers av oppvekstinstitusjonene.

En stor takk rettes til arbeidsgruppa bestående av dyktige og engasjerte pedagoger og rådgivere som har arbeidet forskningsbasert for å lage denne planen. Plan for matematisk kompetanse er et av tiltakene Færder kommune foreslår for å styrke barn og unges kompetansegrunnmur i kommunens helhetlige plan for oppvekst.

Forskning viser at det er store forskjeller mellom barnehager og mellom skoler. Det er til og med store forskjeller mellom avdelinger i samme barnehage og klasser i samme skole. Planen skal bidra til å utjevne kvalitetsforskjeller. Den skal sette en tydelig retning for de høye ambisjonene vi har for barn og unge i Færder kommune. Alle skal nå sitt fulle potensial.

Planen skal også bidra til at barn og unge får læringsutfordringer å strekke seg etter, men allikevel innenfor det vi kaller den proksimale læringszone, den sonen hvor du med hjelp og støtte kan mestre, men der kompetansen fortsatt ikke er automatisert. Det er når du kjenner du er i denne sonen og jevnlig opplever mestring, helst hver dag, at lærelyst og mestringsfølelse består.

Pippi Langstrømpe går på skolen for å lære seg plutifikasjon og sier; *det har jeg aldri gjort før, så det klarer jeg helt sikkert.* Jeg håper og tror at denne planen vil bidra til at barn og unge får tilgang til matematikkens vidunderlige verden gjennom mestring og lærelyst.

Hilde Schjerven, virksomhetsdirektør for oppvekst i Færder.



2 Innledning

2.1 Bakgrunn

Plan for matematisk kompetanse vil hjelpe pedagoger og andre ansatte i barnehage, SFO og skole til økt kvalitet og felles praksisramme i hele opplæringsløpet. Planen skal øke tilførsel av helsefremmende innhold i opplæringen og vil gi mer likeverdig opplæring for alle barn og unge i Færder kommune, uavhengig av hvilken barnehage eller skole de går på. Planen har til hensikt å bygge bro mellom fagområdet antall, rom og form i barnehage og den grunnleggende ferdigheten regning og faget matematikk i skole. Planen skal bidra til læringsstøttene aktivitet i skolefritidsordningen.

Kompetanse defineres generelt som det vi gjør og får til i møte med sammensatte oppgaver, aktiviteter eller utfordringer.

LK 20 definerer kompetanse slik;

Kompetanse er å kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning. (Kunnskapsløftet, 2020 s. 14)

Definisjonen viser at barn og unge skal lære seg både kunnskap, ulike former for ferdigheter og evne til refleksjon og kritisk tenking og kunne anvende dette, for å bli kompetente.

Kunnskap innebærer å kjenne til og forstå fakta, begreper, teorier, ideer og sammenhenger innenfor ulike fagområder og temaer. Ferdigheter er å beherske handlinger eller prosedyrer for å utføre oppgaver eller løse problemer, og omfatter blant annet motoriske, praktiske, kognitive, sosiale, kreative og språklige ferdigheter. Kompetansebegrepet omfatter også forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning i fag, noe som er viktig for å forstå teoretiske resonnementer og for å utføre noe praktisk. Refleksjon og kritisk tenkning henger sammen med utvikling av holdninger og etisk vurderingsevne.

I denne planen beskrives matematisk kompetanse ut fra Kilpatrick's trådmodell, der alle delkomponentene; forståelse, resonnering, beregning, anvendelse og engasjement sees i en sammenheng. Forbindelsen mellom de ulike komponentene forsterker barn og unges utvikling av en helhetlig matematisk forståelse som en varig, fleksibel, nyttig og relevant kompetanse. [Les mer her \(PDF\)](#).

2.2 Mål

Målsetningene under er i henhold til; [Rammeplan for barnehagen \(udir.no\)](#), [Rammeplan for SFO \(udir.no\)](#) og [Fagfornyelsen \(udir.no\)](#) samt [Rammeverk for grunnleggende ferdigheter \(udir.no\)](#).



Opplæringen i matematikk har som mål at barn og unge skal:

- forberedes på både et samfunn og et arbeidsliv i utvikling ved å utvikle kompetanse i utforskning og problemløsning.
- forstå mønster og sammenhenger i samfunnet gjennom modellering og anvendelser
- utvikle et presist språk gjennom abstraksjon og generalisering (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Hovedmålet med matematisk kompetanse i barnehage og skole er at alle barn og unge i Færder kommune, gjennom et helhetlig læringsløp, skal utvikle matematisk kompetanse som gjør dem i stand til å møte framtidige matematiske utfordringer i utdanning og yrkesliv.

Planen gir kommunale føringer for arbeid med prosedyrer, begreper, beregninger, forståelse og motivasjon som viktige komponenter for at barn og unge skal tilegne seg matematisk kompetanse i barnehage og skole/SFO. For å kvalitetssikre utviklingen av matematisk kompetanse hos barn og unge i tråd med de mål førende rammeverk i barnehage og skole/SFO setter. Planen for matematisk kompetanse gjelder for alle aldersgrupper i barnehage og alle trinn i grunnskole, samt på SFO. Planen er forpliktende for alle som arbeider med læring og læringsutbytte og gir føringer for helhetlig opplæring i matematisk kompetanse.

Solid matematisk kompetanse er en forutsetning for utvikling av samfunnet. Faget griper inn i vitale samfunnsområder som medisin, økonomi, teknologi, energiforvaltning, kommunikasjon og byggevirksomhet. Allerede i barnehagen skal barn møte de grunnleggende konseptene innen fagområdet antall, rom og form, og natur, miljø og teknikk. I arbeid med disse fagområdene er formålet å utvikle barns matematiske kompetanse, og at dette skal skje gjennom lek, hverdagsaktiviteter og eksperimentering i et helhetlig læringsmiljø. Disse

grunnleggende byggesteinene er nødvendige forutsetningene for videreutvikling av matematisk kompetanse og kan videreføres inn i skole/SFO. Dette innebærer bruk av problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det, samt vurdere hvor gyldig løsningen er.

2.3 Formål og intensjon

Slik skal planen brukes:

- Planen skal tas i bruk av alle ansatte barnehager og skoler i Færder kommune, og gjelder for alle aldergrupper.
- Planen skal inneholde råd til foreldre om hvordan de kan støtte utvikling av sitt barns matematiske kompetanse.
- Planen skal sette tydelige krav og forventinger til barn og unge, pedagoger, ledere, hjelpetjenester og barnehage-/skoleeier.
- Planen skal være et verktøy for pedagoger og andre ansatte for å sikre at alle barn og unge innehar den kompetansen det skal bygges videre på i neste nivå.
- Planen inneholder forslag til læringsaktiviteter basert på fagdidaktiske prinsipper og skal sørge for anvendelige og forskningsbaserte matematiske tilnærminger.
- Planen skal være verktøyet barnehager og skoler trenger for å sette større fokus på matematiske prosesser, slik som utforskning, undersøkelser, problemløsning, representasjon og modellering.
- Planen skal gi personalet i barnehage og i grunnskole forståelse for viktigheten av å aktivere barn og unges matematiske forkunnskap, og tilrettelegge for læringsaktiviteter gjennom utforskning, lek og kritisk tenkning.
- Planen skal gi personalet i SFO forståelsen for viktigheten av å legge til rette for lek der matematisk kompetanse er en naturlig del av lek, aktivitet og eksperimentering.

2.4 Roller og ansvarsområder

Barnehage- og skoleeier

Barnehage- og skoleeier har ansvar for at barnehager, skolefritidsordninger og skoler arbeider i henhold til sitt lovverk og de føringer virksomhetene i Færder kommune legger for sitt arbeid. I det daglige er ansvaret delegert til virksomhetsledere.

Gjennomføringen av planen forutsetter at barnehage- og skoleeier samt virksomhetsledere;

- bidrar til at plan for matematisk kompetanse følges.
- bidrar til kontinuerlig, målrettet og helhetlig kompetanseutvikling.
- analyserer og følger opp resultater på individ, gruppe og barnehage-/ skolenivå i etterkant av kartlegginger. Se egen plan for obligatoriske og supplerende kartlegginger; «[Obligatoriske og supplerende kartlegginger/tester i Færder kommune \(PDF, 5 MB\)](#)»



- viser engasjement for og bidrar til spredning av forskningsbaserte pedagogiske metoder og strategier i utviklingen av matematisk kompetanse på eget område.
- avsetter tilstrekkelig tid til implementering og oppfølging av hovedkomponentene i denne planen.

Ansatte i barnehage, SFO og skole

Ansatte i barnehage, SFO og skole har ansvar for det daglige pedagogiske arbeidet med matematisk kompetanse.

Gjennomføringen av planen forutsetter at personalet i barnehage, skolefritidsordning (SFO) og skole:

- kjenner godt til innholdet og forventningene i denne planen.
- har relevant kunnskap om hverandres fagområder.
- har kunnskap om forventet utvikling av matematisk kompetanse.
- har kunnskap om det matematiske teorigrunnlaget og ulike metoder for utvikling av matematisk kompetanse.
- er i stand til å bruke kunnskapen på en variert måte og kan overføre kunnskapen i nye situasjoner.
- tar utgangspunkt i barn og unges ståsted.
- ser på SFO som en læringsstøttene arena og en «bro» mellom barnehagen og skolen som kan berike, utvide og forsterke barns utvikling av matematisk kompetanse.

Pedagogisk psykologisk tjeneste (PPT)

PP-tjenesten skal hjelpe skoler og barnehager med å legge til rette for barn og elever med behov for særskilt tilrettelegging. Hensikten er at de får et inkluderende, likeverdig og tilpasset pedagogisk tilbud.

Gjennomføringen av planen forutsetter at Pedagogisk psykologisk tjeneste (PPT):

- veileder barnehager og skoler i hvordan de kan skape et beriket leke- og læringsmiljø med allmennpedagogisk tilrettelegging for flest barn og unge.
- bygger sitt arbeid på god kartlegging og tiltaksutprøving i barnehage og skole.
- matematikkvansker regnes som en flerfaktoriell vanske, eventuell utredning for matematikkvansker forutsetter at plan for «Obligatoriske og supplerende kartlegginger/tester i Færder kommune (PDF, 5 MB)» er fulgt.
- er tilgjengelig for drøfting og eventuell utredning av barns forsinkede utvikling av matematisk kompetanse.
- har kompetanse på spesifikke matematikkvansker og kan veilede barnehager og skoler i hvordan de kan møte disse.

Forebyggende helsetjenester

Skolehelsetjenesten har som mandat å fremme helse og trivsel hos alle barn og unge. Helsefremmende faktorer som påvirker læring generelt er søvn, kosthold, fysisk aktivitet og god psykisk helse. En av flere forklaringsmodeller for matematikkvansker er knyttet til psykologiske faktorer. Her vektlegges manglende motivasjon, angst eller konsentrasjonsvansker hos barnet.

Gjennomføringen av planen forutsetter at forebyggende helse er involvert:

- med sin kompetanse på hva som fremmer god helse. Deres bidrag i det helsefremmende og forebyggende arbeidet på arenaer der barn og unge oppholder seg, vil bidra til å sikre at læringsmiljøet virker helsefremmende på alle.
- hvis det avdekkes at barn og unge har bekymringer eller engstelse som påvirker læring, kan skolehelsetjenesten være en aktuell samarbeidspart.
- med hjelp og støtte, samt eventuelt henviser videre dersom det avdekkes behov for oppfølging. Kontroll av syn og hørsel, men også strev som følge av psykososiale forhold er aktuelle forhold som bør følges opp av forebyggende helsetjenester.

Færderhuset

Færderhuset er et lavterskeltilbud som skal legge til rette for at barn, unge og deres familier får rask og riktig hjelp når de har behov for det. Barn, unge og familier kan selv ta kontakt og trenger ikke henvisning for å få støtte i Færderhuset.

Gjennomføring av planen forutsetter ikke innsats fra Færderhuset:

- men Færderhuset kan være et sted der barn, unge og familier tar kontakt dersom de opplever behov for støtte ut over det som gis i barnehage, skole og SFO. Færderhuset kan også være en aktuell samarbeidspart der barn, unge har behov for ekstra støtte.



Hjemmet

Foresatte har hovedansvar for barn og unges utvikling. Barnehage og skole skal i samarbeid og forståelse med hjemmet ivareta barnas behov for omsorg og lek, og fremme læring og danning som grunnlag for allsidig utvikling.

Gjennomføringen av planen forutsetter at foresatte:

- støtter og viser at de synes matematikk/regning er viktig.
- støtter barn og unge gjennom positive holdning til faget.
- bidrar til at barnet får øve på lærte matematiske ferdigheter når det gis som hjemmearbeid
- utfordrer og engasjerer barna hjemme med for eksempel spill og matematikk i hverdagssituasjoner (innkjøp, matlaging, reiseplasslegging, fritidsaktiviteter, oppussing, aviser og annen litteratur både på papir og digitalt, TV og sosiale medier og lignende).



3 Kunnskapsgrunnlag

Denne planens innhold bygger på teorien til Kilpatrick «**DE FEM TRÅDENE**» for barn og unges utvikling av matematisk kompetanse.

3.1 Trådmodellen

Kilpatrick J. (2001). The strands of mathematical proficiency : Adding it up. (s. 115-155).

Modellen visualiserer hva som utgjør matematisk kompetanse gjennom fem tråder som symboliserer ulike delkomponenter og som flettes sammen til et tau. Utviklingen av de ulike delkomponentene er gjensidig avhengig av hverandre, noe som krever både samarbeid og tid.

Den matematiske kompetansen som legges til grunn i denne planen bryter med den tradisjonelle, pensumbaserte beskrivelsen av matematikkfaget. Skolematematikken har vært preget av et fokus på produktet og den riktige fremgangsmåten. Begrepet *matematisk kompetanse* i denne planen er etter modellen til Kilpatrick, også kalt for «*mathematical proficiency*».

Kort beskrivelse av de fem delkomponentene:

1. Forståelse:

Tråden **forståelse** utvikler oppfatning av matematiske begreper, operasjoner og relasjoner. For at barn og unge skal utvikle forståelse innenfor et emne, er det viktig at det fokuseres på framgangsmåten i stedet for kun løsningen til et problem. Barn og unge må utvikle forståelse for matematiske begreper, representasjoner, operasjoner, prosedyrer og relasjoner.

2. Beregning:

Beregning står for dyktighet i å utføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektivt og hensiktsmessig. Beregning handler om å beherske forskjellige prosedyrer som involverer tall, størrelser og figurer, ved å bruke «hoderegning», blyant og papir, digitale verktøy eller andre hjelpemidler. Å beherske prosedyrer betyr å kunne utføre dem effektivt, nøyaktig og fleksibelt.

3. Anvendelse:

Anvendelse er en strategisk kompetanse hvor barn og unge utvikler evne til å formulere, representere, løse matematiske problemer og lære ny kunnskap. Et begrep eller en prosedyre er ikke nyttig om barn og unge ikke vet når og hvor det skal brukes. De må være i stand til å formulere og avgrense problemer. De må utvikle løsningsstrategier, velge den strategien som er mest hensiktsmessig for å løse problemene, bruke den og tolke resultatet.

4. Resonnering:

Med tråden **resonnering** skal barn og unge utvikle den logiske tanken, refleksjon, forklaring og begrunnelse. Resonnering handler om å tenke logisk og forklare hvordan man tenker. Det handler om å vurdere løsningen(e) på et problem og å reflektere over strategier man velger for å løse problemet. Å resonnerer innebærer å reflektere



over begreper, matematiske fakta og prosedyrer, og se hvordan de logisk henger sammen med hverandre og konteksten rundt.

5. Engasjement:

Engasjement skal se matematikken som fornuftig, nyttig og overkommelig med en tro på å få det til. Å være engasjert i en matematisk aktivitet er nøkkelen til å lære matematikk. Engasjement handler om at barn og unge er motivert for å lære matematikk, at de ser på matematikk som nyttig og verdifullt, og at de tror at de kan lære matematikk dersom man gjør en innsats. Videre handler det om barn og unges selvtillit og følelse av mestring i læringsprosessen.

Komponentene ovenfor bør utvikles samtidig og skal legges til grunn i den daglige operasjonaliseringen av matematikkopplæringen og arbeidet med regning som grunnleggende ferdighet i alle fag. Disse elementene ligger til grunn for kjerneelementer i matematikkfaget i LK20. (Matematikksenteret).

3.2 Matematikkforståelse

Prosedyrekunnskap og begrepsmessig forståelse er to sentrale begreper som vi finner i store deler av forskningslitteraturen som omhandler god læring og undervisning i matematikk. Beskrivelsene av prosedyrekunnskap og begrepsmessig forståelse er nært knyttet til det som Richard Skemp (1976) har kalt henholdsvis instrumentell og relasjonell forståelse.

- a. **Instrumentell forståelse (prosedyrekunnskap)** betyr at barn og unge lærer et økende antall regler og formler, og hvordan disse skal brukes til å løse oppgaver, uten begrunnelse for hvorfor reglene brukes. Barn og unge som benytter seg av denne matematiske forståelsen har ikke utviklet en forståelse av de underliggende relasjonene mellom de forskjellige reglene/formlene.
- b. **Relasjonell forståelse (begrepsmessig kunnskap)** innebærer å bygge opp begrepsmessige strukturer og se sammenhenger mellom begrepene. Det betyr at barn og unge vet både hvorfor og hvordan en oppgave skal/kan løses på en bestemt eller ulike måter. De benytter seg av mentale strukturer og kan nærmest lage uendelige strategier for å løse matematiske problemer. (Skemp, 1976)

Den instrumentelle forståelsen eller prosedyrekunnskapen alene omfavner ikke essensen i matematikkfaget. Etter hvert som barn og unge beveger seg i det matematiske landskapet blir reglene/formlene altfor mange og omfattende, noe som kan medføre at de mister engasjement og gnist for faget.

3.3 Fire tegn på utvikling av matematisk kompetanse

Kjerneferdigheter

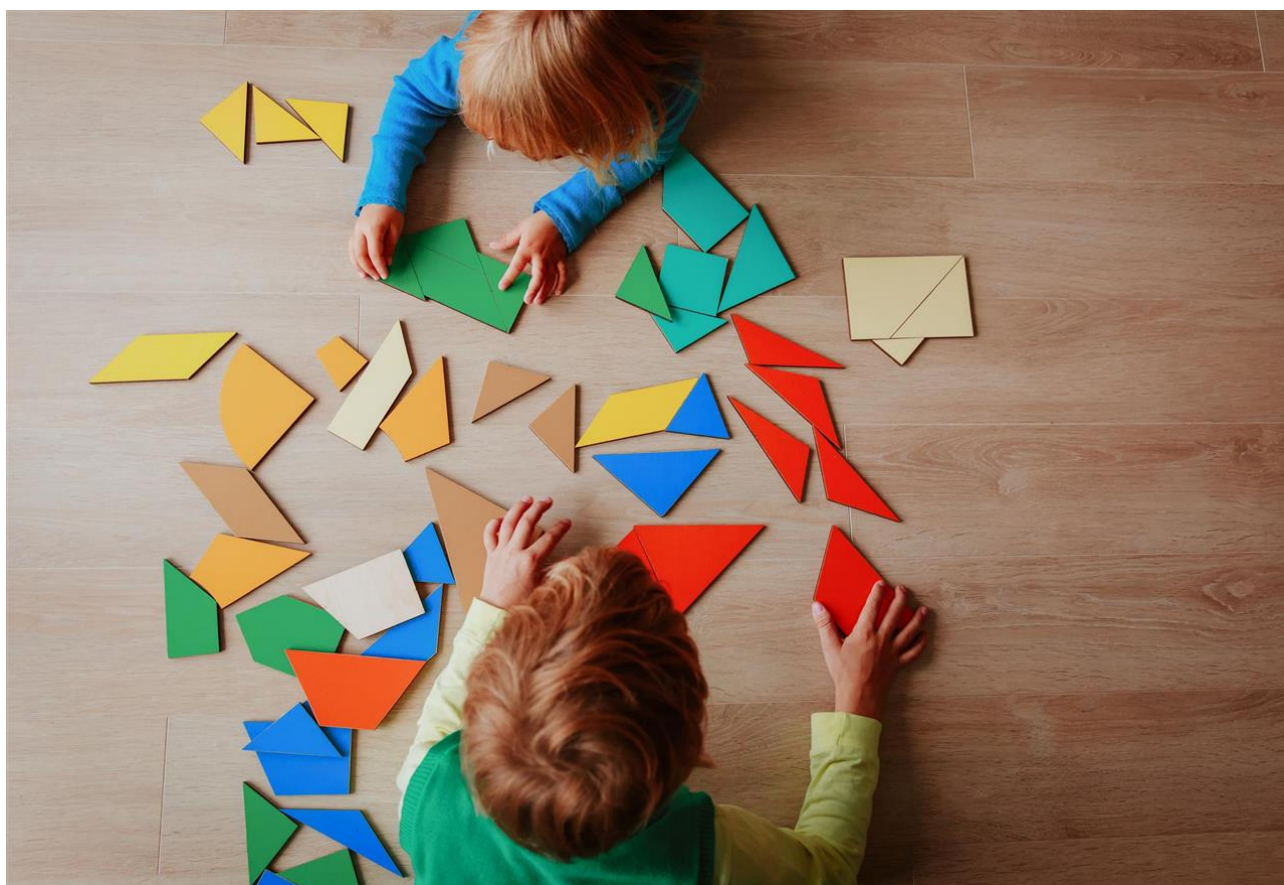
Det er fire hovedgrupper matematiske kjerneferdigheter som barn i alderen fem til åtte år bør ha tilegnet seg (Aunio & Räsänen 2016):

- **Ikke-symbolsk og symbolsk tallforståelse:** Forståelse for mengder, tallsymbolene og mengdene de representerer, tallmønstre, sammenligning av mengder, tallstørrelser og estimering.
- **Telle ferdigheter:** Kunnskaper om tallsymboler, tallordsekvenser og forståelse av antall. Svake telleferdigheter kan være et kjennetegn ved matematikkvansker, og vurderes av flere å ha sammenheng med

at barn og unge som ikke har utviklet en mental tallinje (Akselsdotter og Nygaard 2018).

- **Relasjonelle ferdigheter i matematikk:** Dette omfatter mange ulike ferdigheter, blant annet forståelse for sammenligninger, klassifisering (sortere objekter basert på likheter, samtidig som forskjeller ignoreres), seriasjon (sette ting i rekkefølge, for eksempel plassere tall i en rekke fra minste til største tall), og forståelse for en til en korrespondanse. Forståelse for regneartene addisjon og subtraksjon, og sammenhengen mellom disse, og plassverdisystemet inngår også. Kjennetegnes av at barn og unge kan se sammenhenger. At de oppdager for eksempel sammenhengen mellom brøk, prosent og desimaltall. Uten å pugge.
- **Aritmetiske ferdigheter:** Kunnskap om tallregning. I aldersspennet 5–8 år er dette aritmetiske ferdigheter knyttet til forståelse av addisjon og subtraksjon.

Disse fire kjerneferdighetene legger et viktig grunnlag for den videre matematiske utviklingen.



3.4 Dybdelæring

Med LK 20 ble behovet for dybdelæring tydeliggjort i barn og unges utvikling. LK 20 definerer dybdelæring som det å gradvis utvikle kunnskap og varig forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i fag og mellom fagområder. Det innebærer at vi reflekterer over egen læring og bruker det vi har lært på ulike måter i kjente og ukjente situasjoner, alene eller sammen med andre. Det finnes flere ulike begreper og forståelser av dybdelæringsbegrepet.

For å kunne arbeide med dybdelæring i matematikkopplæring og grunnleggende ferdigheter, skal barnehager og skoler i Færder kommune i større grad benytte seg av den relasjonelle forståelsen. Den instrumentelle

forståelsen skal tones ned og benyttes kun når den relasjonelle forståelsen er godt etablert/innarbeidet hos barn og unge.

Dette er gjenkjennbart i Ludvigsen-utvalget ([NOU 2015: 8 \(regjeringen.no, PDF\)](#)) der dybdelæring settes i kontrast til overflatelæring [NOU 2014: 7 \(regjeringen.no, PDF\)](#).

Dybdelæring og overflatelæring

Dybdelæring

- Elever relaterer nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer.
- Elever organiserer egen kunnskap i begrepssystemer som henger sammen.
- Elever ser etter mønstre og underliggende prinsipper.
- Elever vurderer nye ideer og knytter dem til konklusjoner.
- Elever forstår hvordan kunnskap blir til gjennom dialog og vurderer logikken i et argument kritisk.
- Elever reflekterer over sin egen forståelse og sin egen læringsprosess.

Overflatelæring

- Elever jobber med nytt lærestoff uten å relatere det til hva de kan fra før.
- Elever behandler lærestoff som atskilte kunnskapselementer.
- Elever memorerer fakta og utfører prosedyrer uten å forstå hvordan eller hvorfor.
- Elever har vanskelig for å forstå nye ideer som er forskjellige fra dem de har møtt i læreboka.
- Elever behandler fakta og prosedyrer som statisk kunnskap, overført fra en allvitende autoritet.
- Elever memorerer uten å reflektere over formålet eller over egne læringsstrategier.

Kilde: Sawyer 2006, utvalgets oversettelse

Dybdelæring handler om å relatere nye ideer og begreper til tidligere kunnskap og erfaringer, se etter mønstre og underliggende prinsipper, vurdere nye ideer og knytte dem sammen til konklusjoner, forstå hvordan kunnskap blir til, og reflektere over sin egen forståelse og egen læringsprosess. For å nå dypere læring viser kunnskapsgrunnlaget for fagfornyelsen at elevene må få holde på med et kompetanseområde, noe de skal lære seg, i lang tid, for at de skal lære det ordentlig. Utredninger gjort under ledelse av prof. Sten Ludvigsen vektlegger at hvis du lar elevene holde på med en læringsutfordring, et tema lenge og lærer seg noe gjennom det, så viser det seg at det de har lært har bedre overføringsverdi til andre områder senere. Det totale læringsutbytte blir altså større, selv om de lærer noe mindre stoffmengde.

Dybdelæring innebærer å ikke bare bearbeide informasjon og lære seg prosedyrer for å håndtere informasjon rent kognitivt. Det handler også om å anvende og kjenne forståelse gjennom virkelighetsnære, relevante aktiviteter og utfordringer, i en sosiokulturell kontekst. (NOU,2014:7)

Når læring forstås som noe relasjonelt, noe som skapes mellom ulike aktører der kropp, følelser og kognisjon settes i bevegelse, altså der også sosial og emosjonell utvikling er sentralt, blir også læringen dyp og varig. Dybdelæring gjennom opplevelse forutsetter meningsskaping og oppstår gjennom kroppslig læring, engasjement og tilknytning. Det oppstår også gjennom undersøkende, forskende og problemløsende tilnærming, gjerne på tvers av fag. (Østern et.al, 2019).

Når den tyske nevrobiologen Gerhard Roth omtaler læring som en «kognitiv-emosjonell dans» (Roth, 2011, s. 312), er det fordi han ser læring som noe som skjer gjennom en prosess som involverer hele mennesket. I stedet for å tenke læring som resultat av en prosess, må man tenke læring som en prosess. Læring er i høy grad noe som skjer med kropp og følelser og i relasjoner til både andre mennesker og ulike materialer og rom. Dette gjelder ikke bare i kunstoffag og estetiske læringsprosesser; det gjelder i høy grad også i det man ofte omtaler som teoritunge fag som matematikk (Dahl & Østern, 2020).

Den relasjonelle forståelsen av dybdelæring legger vekt på at læring skjer best i undersøkende og problembasert arbeid, i lek, gjennom bevegelse, ved bruk av fantasi og kunstnerisk virksomhet, når en utvikler abstrakte kunnskaper, kritisk og kreativ tenkning samt evner å praktisere det en har lært. Utvikling av matematisk kompetanse i Færder kommune skal derfor i større grad gjøres gjennom forskningsbasert læring med dybdelæring i fokus. Eksempler at arbeidsmetoder finner du under kap. 6, metoder og organisering.



3.5 Tilpasset opplæring i matematikk

Tilpasset opplæring gjelder alle elever, og skal i størst mulig grad skje gjennom variasjon og tilpasninger til mangfoldet i elevgruppen innenfor fellesskapet. (Udir, 2022).

Vurdering for læring og variert undervisning er viktige forutsetninger for å tilpasse undervisningen, men også for å avdekke elever som er i behov av faglige tilrettelegginger. Eksempelvis i form av *tidlig innsats*. Tidlig innsats handler om å sette inn tiltak og tilpasse opplæringen med en gang en elev strever i faget og har behov for tilrettelegging, istedenfor å vente og se. UDIR har utarbeidet en veileder for intensiv opplæring for elever fra

1.-4.trinn i regning. Men det er verdt å merke seg at behovet for tidlig innsats kan oppstå gjennom hele utdanningsløpet.

Elever med stort læringspotensial er også favnet innunder tilpasset opplæring, og har på lik linje med elever som strever rett til tilpasset opplæring. Elever med stort læringspotensial er elever som lærer raskere og som kan tilegne seg mer kompleks kunnskap sammenliknet med jevnaldrende. Begrepet omfatter både de elevene som presterer på et høyt nivå, og de elevene som har potensial for å gjøre det.

I opplæringsloven av 01.08.2024, er det tatt inn at elevene har rett til å medvirke i alt som gjelder med selv. De har rett til å ytre meningene sine fritt, og at dere meninger skal vektlegges. Dette er viktig å ta med i tilretteleggingen av enkeltindividets opplæring. (Udir, 2023).

3.6 Elever med stort læringspotensial

Barn med stort læringspotensial er en veldig mangfoldig gruppe, og det er viktig å kjenne til og kartlegge de mest relevante egenskapene hos hver enkelt elev. Matematikksenteret sier at det til enhver tid vil være noen elever som er mer nysgjerrige og som trenger større faglige utfordringer enn sine medelever i matematikkfaget. Og at disse elevene kan kjennetegnes ved at de:

- Er opptatt av å forstå prinsippene snarere enn å få riktig svar
- Er opptatt av å se relasjoner
- Kan formulere egne problemstillinger
- Gleder seg over å lage hypoteser før de løser en oppgave
- Er kreative og kan finne mange alternative løsningsstrategier for den samme problemstillingen

I en undervisningspraksis med fokus på rett svar og rask løsning kan det være vanskelig å skille ut disse elevene. De vil ofte skille seg ut når de møter åpne oppgaver hvor det er flere veier til svaret, og kanskje til og med flere svar.

I artikkelen «Hvordan kan vi identifisere elever med stort læringspotensial» som ligger på matematikksenteret sine sider, refererer de til Haier et al. 2004; Geake, 2009 som gir den nyeste forskningen, skriver de at disse elevene også kan kjennetegnes ved at de tenker fortere (høyere prosesseringshastighet), tenker mer komplekst, har høyere kapasitet i arbeidsminnet og i større grad fokuserer oppmerksomheten og kan gå mer i dybden.

Nedenfor er det listet opp noen utsagn som kan karakterisere elever med stort læringspotensial. Dette er egenskaper alle elever kan ha i større eller mindre grad, mens elever med stort læringspotensial kanskje i større grad har flere av disse egenskapene.

- Stiller ofte spørsmål
- Er svært nysgjerrige
- Er mentalt og fysisk involvert
- Har ville, rare idéer
- Er lekne, men gjør det godt på prøver
- Diskuterer detaljer, utbroderer
- Er forbi alderstrinnet
- Viser sterke følelser og meninger

- 1–2 repetisjoner før mestring
- Bygger abstraksjoner
- Foretrekker voksne
- Trekker slutninger

- Starter prosjekter
- Er intens
- Skaper nytt
- Liker læring
- Bearbeider informasjon
- Oppfinner
- God gjetter
- Trives best med kompleksitet
- Er ivrig observerende
- Er svært selvkritisk
- Blir lett klassens klovn
- Kjemper mot rutiner

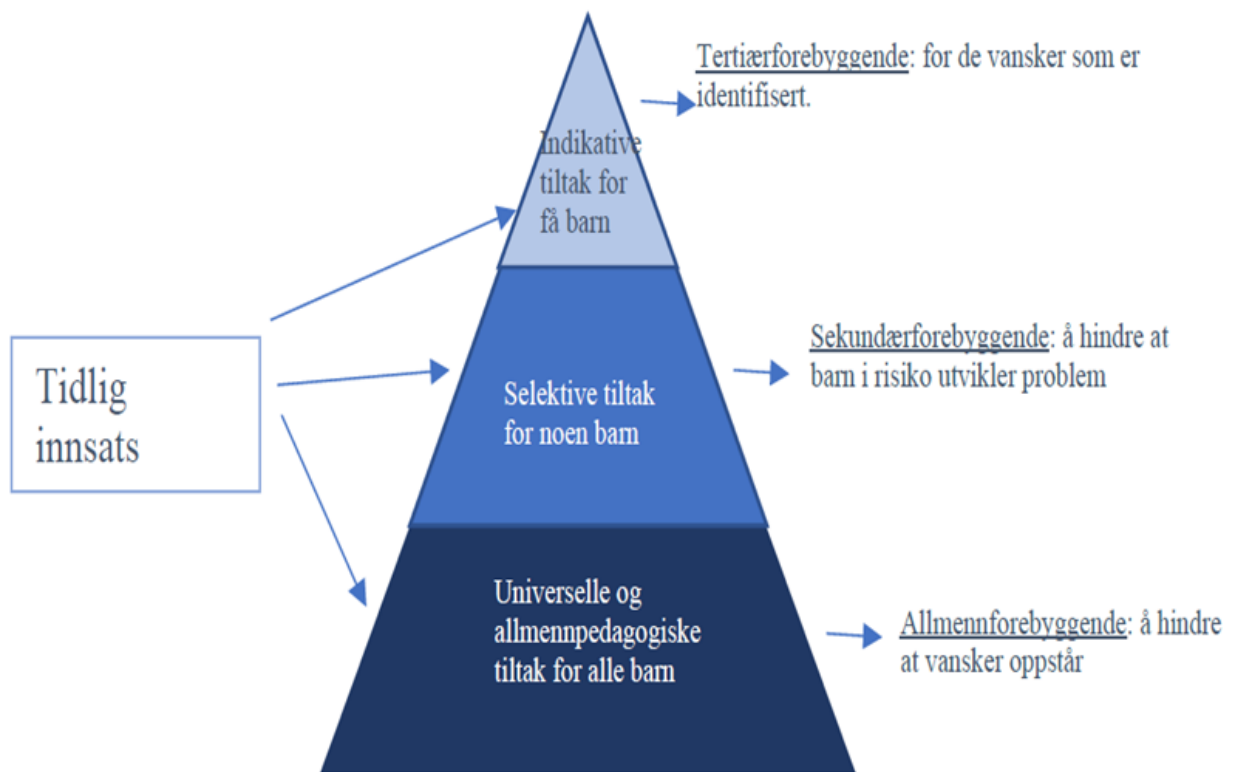
(Matematikksenteret.no)

3.7 Barn og unge som strever med å tilegne seg matematisk kompetanse

Tidlig innsats og rask intervensjon:

Matematisk kompetanse er viktig for å kunne fungere i dagliglivet og samfunnet. Dette er en kompetanse som ikke alle barn og unge mestrer, og i den sammenheng blir matematikkvansker et relevant begrep. Det foreligger ingen entydig definisjon av matematikkvansker. Med tanke på matematikkferdigheters betydning for å klare seg i hverdagen og samfunnet, bør alle barn i like stor grad få mulighet til å utvikle og tilegne seg slike ferdigheter.

Gjennom tidlig identifikasjon og intervensjon kan det skapes bedre muligheter for en tilfredsstillende matematikkutvikling for alle barn og unge, uansett forutsetninger og erfaringer. Tidlig identifisering er en forutsetning for at tiltak skal kunne iverksettes. Gjennom identifisering kan det fastslås om barn og unge har utviklingsmessige vansker som kan hindre læring av matematikk eller sette barn i fare for å utvikle matematikkvansker. Tidlig intervensjon kan omfatte iverksettelse av spesialpedagogiske tiltak, spesialundervisning, gode førskoleprogrammer og tilrettelegging av læringsmiljøet.



Forebyggingsnivå, modell hente fra (Lyngseth og Mørland, 2022).

Figur som tekst-alternativ

+

Forebyggingsnivå, modell hentet fra (Lyngseth og Mørland, 2022).

Tidlig innsats

Figuren viser en pyramide med tre etasjer.

Tekst på pyramiden i den første etasjen:

- Universelle og allmennpedagogiske tiltak for alle barn → Allmennforebyggende: å hindre at vansker oppstår

Tekst på pyramiden i den andre etasjen:

- Selektive tiltak for noen barn → Sekundærforebyggende: å hindre at barn i risiko utvikler problem

Tekst på pyramiden i den tredje etasjen:

- Indikative tiltak for få barn → Tertiærforebyggende: for de vansker som er identifisert.

3.8 Matematikkvansker

Det kan være flere årsaker til at barn og unge utvikler matematikkvansker. Noen kan ha sin forklaring i forhold ved selve matematikkfaget, andre er knyttet mer til selve måten matematikkopplæringen foregår på, mens andre igjen kan ha sin forklaring i den enkelte barn og unges læringsutfordringer. I mange tilfeller virker flere årsaker sammen.

Matematikkvansker som følge av læringsutfordringer

Vansker som primært kan forklares i det enkelte barn og unges læreforutsetninger er ofte knyttet til kognitive og nevropsykologiske faktorer. Både for å forebygge og avhjelpe vansker trenger barn og unge en tilrettelegging som er tilpasset deres utfordringer, og noen hyppig forekommende årsaker til at barn og unge strever i utviklingen på dette området beskrives derfor her. Matematikkvansker kan ha sammenheng med læringsutfordringer som:

Generelle lærevansker

Denne betegnelsen brukes når barn og unge har tydelige utfordringer i de fleste fag. De kan ha vansker med å tilegne seg lærestoff som presenteres på en abstrakt måte, og med å overføre *konkret* kunnskap om et matematikkbegrep eller en matematikkprosedyre til *abstrakt* forståelse av fenomenet (danne seg mentale representasjoner av virkeligheten).

Barn og unge trenger her en langsommere progresjon i lærestoffet. De har nytte av økt bruk av gjentakelser med små variasjoner for å utvide forståelsen, konkrete og praktiske innfallsvinkler til læring, og at det legges til rette for at de kan bruke kunnskapen sin på flere områder i matematikken.

Rom og retningsvansker

Denne gruppen av barn og unge kan ha utfordringer med å oppfatte en helhet som sammensatt av deler, og med å se for seg objekter fra ulike perspektiver. Spasiale vansker (rom, retning, høyre – venstre) kan forklare vansker f.eks. med å lære seg klokka, og for noen tilfeller vansker med forståelsen av plassverdisystemet.

Barn og unge med slike utfordringer har nytte av at det brukes konkrete som viser sammenhengen mellom objektene og hvordan de fremstilles på bilder. De kan ha nytte av huskereglene for å få oversikt over begreper de blander.

Vansker med abstrakt forståelse

Barn og unge med vansker med abstrakt forståelse har ofte vansker med å bruke kunnskap de har lært på en fleksibel måte og i nye sammenhenger. De kan streve med å finne ut hva som er relevant informasjon i en oppgave.

Tiltak bør ha fokus på å bygge forståelse, blant annet ved å vise dem sammenhenger i lærestoffet.

Vansker med konsentrasjon

Barn med denne type vansker har problemer med å fastholde oppmerksomheten på det sentrale i en oppgaves problemstilling, og skille mellom relevant og irrelevant informasjon. Barn og unge strever ofte med å planlegge oppgaveløsning, eksempelvis rekkefølgen mellom de ulike regneprosedyrene som inngår i løsningsprosessen. Dette fører til impulsivt valg av problemløsningsstrategi.

Tilrettelegging bør blant annet være god struktur på læringsøktene, bruk av visuell og konkret støtte, og at lærestoffet kobles til barn og unges erfaringer og interesser.

Hukommelsesvansker

Et kjennetegn på barn med matematikkvansker er problemer med gjenkalling av aritmetiske fakta fra minnet. Vanskene viser seg ved fingertelling eller annen telling ved løsning av enkle oppgaver. Noen strever med at informasjonen forsvinner før de får lagret den i arbeidsminnet. Noen strever med å innkode kunnskapen på en hensiktsmessig måte. God gjenkallingsevne forutsetter at kunnskap er lagret i strukturer, og ikke kun som isolerte enheter. Noen får derfor vansker med å hente fram kunnskap fra langtidsmminnet. Gjenkjenning (f.eks. løse ferdig oppsatte regnestykker) er lettere for disse barna og ungene enn gjenkalling, fordi oppsettet av regnestykkene fungerer som påminnelser.

Barn og unge har nytte av læringsøkter med god struktur, og at det brukes visuelle representasjoner og konkret støtte. Dette kan avlaste arbeidsminnet. De vil ha lettere for å huske meningsbærende informasjon og kunnskap som settes inn i en sammenheng.

Nedsatt arbeidstempo

Dette er barn og unge som bruker lang tid på å forstå, bearbeide og utføre oppgaver. Det fører til at det blir vanskelig å lagre kunnskap, samt gjenkalle faktakunnskap og regneprosedyrer. Barn og unge med nedsatt arbeidstempo får færre repetisjoner enn andre barn og unge.

De har derfor nytte av at det inkluderes lærestoff de har arbeidet med tidligere i nytt fagstoff, slik at antall repetisjoner de får økes. De har også nytte av ekstra tid i arbeidet med oppgaver, og at lærer prioriterer ut hvilke oppgaver det er viktigst at de arbeider med.

Vansker med språk

Delvis eller mangelfull begrepsforståelse kan føre til misoppfatninger i matematikk, hvor ord kan bety noe annet eller ha et mer presist innhold enn i dagligspråket. Barn og unge med språkvansker kan ha utfordringer med å sette ord på hvordan de tenker i arbeid med oppgaver.

De har nytte av systematisk arbeid med matematiske begreper, og at matematikkspråket kobles til deres egne erfaringer. Videre har de nytte av gode og varierte visuelle representasjoner av fagstoffet.

Emosjonelle blokkeringer

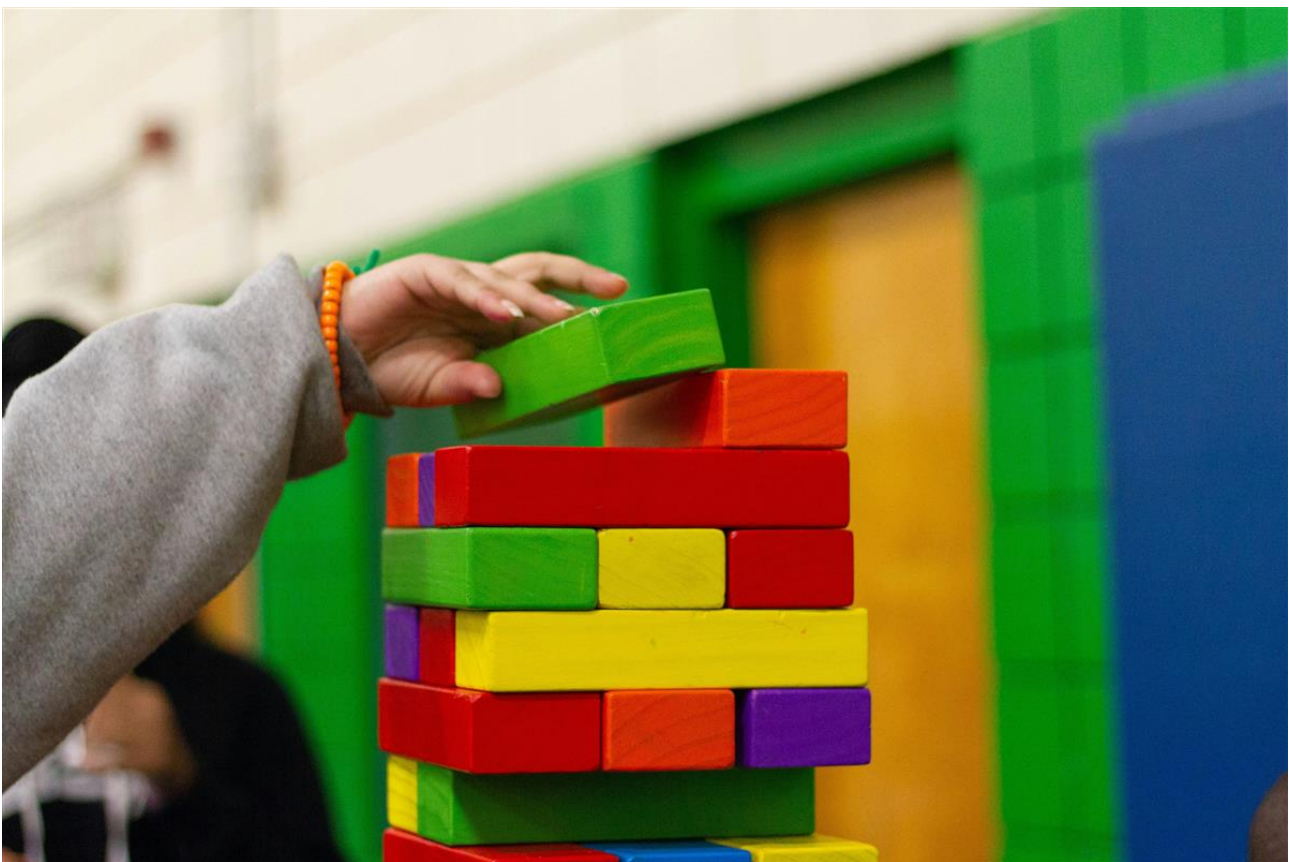
Noen barn og unge utvikler vansker i matematikk på grunn av emosjonelle blokkeringer. Dette omtales ofte som «matteangst». Angsten kan ofte komme til uttrykk i oppgaver som belaster og minsker kapasiteten i arbeidsminnet. Den påvirker også evnen til problemløsning. Det er også vist at lav mestringsforventning henger sammen med matematikkangst (Jensen & Nortvedt 2013). Mestringsforventning innen matematikk handler for

eksempel helt konkret om hvorvidt barn og unge forventer å klare oppgavene de skal jobbe med. For disse barn og unge blir pedagogen en viktig faktor for opplevelsen av mestring. Fordi man lærer bedre når man er trygg, er trygghet et nøkkelord ved tilrettelegging for disse barn og unge.

De kan ha nytte av at lærer avpasser progresjon, viser dem egen framgang, lytter til deres opplevelse og gir dem gode opplevelser med matematikk.

Pedagogiske faktorer

En annen årsak til at barn og unge utvikler matematikkvansker, er måten lærestoffet i faget presenteres på. Dersom matematikkopplæringen beveger seg for raskt fra et konkret til et abstrakt nivå, vil en del barn og unge få vansker med å overføre språklig og tallmessig kunnskap til matematiske forestillinger og abstrakte regneprosedyrer (Holm 2002).



Spesifikke matematikkvansker

Noen barn og unge har det som kalles spesifikke matematikkvansker. Disse barna og ungene har lærevansker knyttet spesifikt til faget matematikk. Det vil si at det er et klart misforhold mellom barn og unges prestasjoner i matematikk og i andre skriftlige fag. Spesifikke matematikkvansker kjennetegnes av betydelige og vedvarende vansker med tallforståelse, automatisering av regneferdigheter, nøyaktige beregninger og matematisk resonnering.

Spesifikke matematikkvansker karakteriseres som betydelige og vedvarende vansker med matematiske ferdigheter som tallforståelse, automatiserte regneferdigheter, nøyaktige beregninger og matematisk resonnering. Matematikk- og regneferdighetene er betydelig svakere enn forventet ut ifra personens alder og utviklingsnivå, og fører til betydelige utfordringer med akademisk opplæring og/eller yrkesutøvelse. Matematikkvanskene skal ikke kunne forklares som en følge av generelle lærevansker, sansetap (syn eller hørsel), nevrologiske forstyrrelser, mangelfull opplæring, manglende språkferdigheter på opplæringspråket eller psykososiale belastninger.

I forskningsmiljøet synes det i dag å være enighet om at vansker med *number sense*, som vil si den intuitive forståelsen for tall og evnen til å oppfatte mengder, er hovedproblemet ved spesifikke matematikkvansker. Barn og unge med spesifikke matematikkvansker har ofte vansker med:

- raskt å se mengder (opp til fire)
- automatisering av tall/sifferfakta

Dette medfører at de ofte arbeider langsomt med tall og oppgaver som krever tall- og mengdeforståelse. Mange har også vansker med det visuospatiale (vansker med rom og retning). Denne barnegruppen har behov for langsiktige, tilpassede og systematiske tiltak. (Lillestrøm kommune).

3.9 ASK - alternativ og supplerende kommunikasjon

Alle trenger et språk for å utvikle seg. Noen personer kan, på grunn av medfødte tilstander, skader eller sykdom, ikke kommunisere ved hjelp av talespråk. Å kommunisere på andre måter enn gjennom talespråk kalles alternativ og supplerende kommunikasjon, forkortet til ASK. Eksempel på ASK kan være bruk av håndtegn, fotografi, grafiske symboler og fysiske gjenstander, mimikk og kroppsspråk.

Barn og unge som kan ha nytte av ASK er en sammensatt gruppe. Det kan være barn og unge med store kommunikasjonsvansker, uttalevansker, språkforståelsesvansker, og annet morsmål. Barn og unge som er veldig sjenerte, har selektiv mutisme, med nedsatt hørsel, ekstra behov for oversikt og uforutsigbarhet eller som ikke har lært å snakke. Det vil si at norske barnehager/SFO/skoler består av et mangfold av barn og unge, og som bruker ASK for å kommunisere representerer en gruppe som har rett til et likeverdig barnehage/skoletilbud.

Matematikk i barnehage/skole handler om å gi barna mulighet til å undre seg, undersøke, bruke kroppen, leke, eksperimentere og få erfaringer. For at barna skal få et matematisk språk er det helt nødvendig at personalet setter ord på det de gjør med ulike matematiske begreper. Det vil si at barn og unge uten et talespråk må ha en eller annen form for ASK for at de skal kunne utvikle et matematisk språk. (Eks håndtegn, bildestøtte og konkreter).

Det er nær sammenheng mellom matematikk og språk. Faktisk er det slik at matematikk kan ses på som eget språk. Det betyr at barn og unge som trenger ekstra støtte med språket, også vil ha behov for støtte til å uttrykke seg om matematiske utfordringer og mulige løsninger. Barnet skal altså ikke bare lære ASK for å kommunisere, men også for å utvikle kunnskap og ferdigheter.

Det er dermed viktig at en ASK- bruker har kommunikasjonspartnere som mestrer den kommunikasjonsformen som barn og unge bruker og at det har mulighet til å bruke den i alle situasjoner hvor kommunikasjon er nødvendig.

4 Barnehage

Matematikk i barnehagen handler om lek, eksperimentering og hverdagsaktiviteter som gjør at barna utvikler sin matematiske kompetanse. I planen ses matematiske kompetanse i barnehagen i lys av modellen til Kilpatrick, trådmodellen:

Forståelse: Matematiske begreper introduseres til barn allerede fra første år i barnehagen. Gjennom årene i barnehagen utvikler barn forståelse for enkle matematiske begreper, prosedyrer og relasjoner.

Beregning: Barn er tidlig opptatt av tall og telling, de utforsker rom og form, utfører enkle prosedyrer som involverer telle ferdigheter.

Anvendelse: Barn møter matematiske problemer tidlig og utvikler strategisk kompetanse for å løse de. Gjennom årene i barnehagen lærer barn ny kunnskap og lærer å anvende den, de utvikler løsningsstrategier for matematiske utfordringer.

Resonnering: Barn argumenterer og er på jakt etter sammenhenger. Det å klassifisere objekter (sortering) og seriasjon (sette ting i rekkefølge) er naturlig del av barnehagehverdagen. Personalet legger til rette for å utvikle logiske tanker, vi finner eksempler for dette både i lek og rutinesituasjoner. Barn oppmuntres til å reflektere over matematiske fakta og utvikle evne å tenke logisk.

Engasjement: Personalet i barnehagen skal være lyttende og oppmerksomme til den matematikken barnet uttrykker gjennom lek, samtaler og hverdagsaktiviteter. I de daglige rutinene i barnehagen finnes det mye matematikk vi kan ta tak i og stimulere, som for eksempel under matlaging og måltidet, i garderoben eller på stelletbordet. I tillegg må personalet støtte, vise interesse, stille spørsmål og gi rom, slik at barna opplever glede og lyst til å utforske matematikken i hverdagen.



Barnehagene har et ansvar for å oppmuntre barns egen utforskning og legge til rette for tidlig og god stimulering.

Rammeplanen gir føringer for det som er forventet gjennom arbeid med fagområdet «Antall, rom og form». Rammeplanen sier at fagområdet handler om å oppdage, utforske og skape strukturer og hjelper barna å forstå sammenhenger i naturen, samfunnet og universet. Barnehagen skal synliggjøre sammenhenger og legge til rette for at barna kan utforske og oppdage matematikk i dagligliv, i teknologi, i kunst og kultur og ved å være kreative og skapende. (Rammeplan for barnehagen, 2017).

Arbeidet med fagområdet skal bidra til at barna:

- oppdager og undrer seg over matematiske sammenhenger.
- utvikler forståelse for grunnleggende matematiske begreper.
- leker og eksperimenterer med tall, mengde, telling, og får erfaring med ulike måter å uttrykke dette på.
- erfarer størrelser i sine omgivelser og sammenligner disse.
- bruker kroppen og sansene for å utvikle romforståelse.
- undersøker og gjenkjenner egenskaper ved former og sorterer dem på forskjellige måter.
- undersøker og får erfaring med løsning av matematiske problemer og opplever matematikkglede.
- gjenkjenner matematiske uttrykk i skapende aktiviteter.

Barnehagens fagområder skal sees i sammenheng med hverandre. Det er spesielt viktig at *Antall, rom og form* ses i sammenheng med *Kommunikasjon, språk og tekst*.

4.1 Tallforståelse og matematisk kompetanse

Å utvikle en god forståelse for tall er grunnleggende i matematikken, og for senere å kunne utvikle gode regnestrategier og en godt utviklet matematisk kompetanse. Tallforståelse går ut på å kunne se systemer og mønster i tallsystemer. Barna må gis mulighet til å lære hva hvert symbol heter og hvilket antall hvert av dem representerer. For å utvikle en god tallforståelse bør barna telle ofte og oppleve at tallene har ulik betydning i ulike sammenhenger. De må telle for å finne mengden (kardinaltall), oppleve at tallet har en bestemt plass i rekka (ordinaltall), og at tallet kan ha en spesiell betydning for eksempel 17. mai (tall som identitet). Barna bør også øve på å par-koble som vil si at barna kan tilordne ett og bare ett tallord til hvert tallord som skal telles. I barnehagen er det viktig å fokusere på tall og mengde i praktiske situasjoner (Ullensaker kommune, 2021).



4.2 Lekens betydning for matematisk kompetanse

Leken skal ha en fremtredende plass i barns liv i barnehagen. Leken har egenverdi og er en viktig side ved barnekulturen. Leken er et allment menneskelig fenomen der barn har høy kompetanse og engasjement. Den er en grunnleggende livs- og læringsform som barn kan uttrykke seg gjennom. Barnehagen skal legge til rette for variert lek, slik som rollelek, konstruksjonslek, tumlelek/motorisk lek og regellek. Innholdet i barnehagens aktiviteter skal inspirere til fantasi, skaperglede og livsutfoldelse.

I barnehagen skal vi være opptatt av å se og fokusere på matematikken i barnas lek, for barn er lek fantasi og hverdag flere sider av samme sak, og dermed må lekeaspektet være sentralt når barn lærer matematikk. Flere matematikere påpeker hvor viktig det er for barn å oppleve matematikk i meningsfulle situasjoner, slik de oppstår i leken. Gjennom leken oppøver barna sitt ordforråd og utvider sin begrepsverden, de trener sine muskler og sanser og bruker sine tanker.

barn må innlede sin matematikkinnlæring med hverdagsproblemer de kjenner igjen fra sin virkelighet (...). Matematikk for barnet innebærer blant annet å leke med tankemønstre (Magne, 2003).

Det er viktig å ha fokus på at matematikken skal være lekbasert og ikke først og fremst skoleforberedende, samtidig som hensiktsmessig progresjon og god sammenheng mellom barnehage og skole, er viktig.

Matematikken skal løftes opp gjennom leken, uten at leken forstyrres.

De barna som er gode til å leke, blir gjerne også gode med tall, størrelser og former. Matematikk i barnehagen handler ikke om regning eller hvilket svar som er rett eller galt. Det handler om nettopp antall, rom og form, Det er mye tall, former, størrelser og telling i de fleste barns liv. Det er det allerede fra svært tidlig alder. Matematikk

er ikke bare noe barna trenger en gang i framtiden. Små barn har alltid holdt på med matematikk. De er veldig opptatt av det både i lek og i hverdagsliv. De bruker det her og nå.

Matematikere leker, de også..

Antall, rom og form er en del av fagområdene i barnehagen. Samtidig er nysgjerrighet og lek to viktige stikkord. Matematikere leker med tallene for å få regnestykket til å gå opp eller finne mønstre og sammenhenger. Lek og fantasi er det som bringer matematikken framover.

De fleste barn er tidlig opptatt av orden og system. De yngste barna er opptatt av å klassifisere objekter, for eksempel hva som er en hund eller en katt. Klassifisering er viktig for at små barn skal forstå verden rundt seg. Når barna blir litt eldre, kan de skille mellom trekanter og firkanter, og de blir opptatt av å vise med fingrene hvor mange år de er.

Å styrke barnas lek er en måte å styrke deres matematikkferdigheter – og motsatt. Derfor må vi jobbe med begge deler samtidig. Den formelle læringen, å sitte rundt et bord og regne eller lære navn på former, er ikke en arbeidsmåte som egner seg i barnehagen. I barnehagealder skal matematikk læres gjennom lek. Det er viktig å ikke jobbe atskilt med matematikk. Det må innlemmes i det man ellers holder på med i barnehagen (Udir, 2023).

4.3 Språk og matematikk i barnehagen

Matematikk er et redskap for å forstå verden rundt oss og til å få orden og struktur på omgivelsene. For å utvikle forståelse for hvordan verden rundt oss henger sammen, er det nyttig å undre seg og stille spørsmål. Gjennom bruk av språket vil barna sette ord på og utvide sin forståelse. I samtale med voksne som beskriver og forklarer, vil barna få flere erfaringer, som igjen vil føre til en større forståelse og de vil etter hvert se sammenhenger. For at barna skal få et så stort repertoar av begreper som mulig, er det viktig at de utfordres til å sette ord på, samtidig som de møter voksne som bruker konkrete, og presise begreper når de samtaler med barna (Ullensaker kommune).

Personalets rolle i matematikk handler om å se mulighetene i hverdagen hvor matematikken fremstår som meningsfull, relevant og spennende for barna. Personalet bør oppfordre til videre utforskning ved å sette begrepene inn i nye sammenhenger. Matematiske begreper og språk blir implementert når personalet beriker lek og hverdagsaktiviteter ved å gjøre barna oppmerksomme på hvordan de tenker eller ved å tilby begreper som er relevante for det de driver med. Det handler om engasjement, være til stede, samt være kreativ i aktiviteter og samtaler.

For barn er det spesielt viktig at barnehagen legger til rette for dybdelæring av førmatematiske begreper. Ulike begreper må erfares på ulike måter og i ulike sammenhenger for at barnet skal kunne forstå stadig flere av egenskapene til begrepene. Begreper er viktige byggesteiner i matematikk og for den matematiske kommunikasjonen det barnet vil møte på skolen.

Barn bruker begreper før de mestrer å forstå helheten av begrepet. Begrepsbruken må være korrekt for at barna skal kunne bygge og utvide et begrep videre. Barnehagebarn bør derfor lære presise begreper. F.eks. rektangel om en firkant som har to og to parallelle sider og alle vinkler 90 grader. På bakgrunn av dette, legges det krav til aktiv bruk av matematiske begreper i de ulike læringssituasjonene. Barnehagen bør jobbe godt og bevisst med begreper. For utdyping av barns språkutvikling, [se Språkplan for Færder kommune 2022–2027](#).

Gjennom formidling av litteratur kan personalet blant annet bidra til at barn oppdager og undrer seg over matematiske sammenhenger, at de får ulike erfaringer med å uttrykke tall, mengde og telling, blir introdusert for matematiske problemer og opplever matematikkglede.

Flerspråklighet og matematikk i barnehagen

I norske barnehager er det et mangfold av forskjellige språk. Matematikk er et fag som mange flerspråklige barn i barnehagen kan mestre. Dels fordi barnehagen bruker mye konkrete og visuell støtte i lek og samlinger når det handler om matematiske begreper, men også fordi matematikk er et fag som finnes i alle land. Det kan være lettere å forstå og delta i en matematisk lek enn for eksempel å høre på eventyr med lengre tekster på norsk.

Med tanke på matematiske begrep kan det være lurt av barnehagen å få oversatt sentrale begreper på familienes morsmål. Det er viktig å bevisstgjøre foreldrene på riktig bruk av fagbegrepene også på morsmålet.

Viktig forutsetning for at alle barna skal oppleve mestring i matematikk er:

- et trygt og godt leke- og læringsmiljø.
- bevisste voksne som bruker matematikk i leke- og hverdagsaktiviteter.
- tilrettelagte matematiske opplevelser tilpasset barnas ulike nivå.
- utforskning og barns nysgjerrighet som utgangspunkt for barnas matematiske tilnærming.

Trådmodellen ligger til grunn for målsetting i arbeid med antall, rom og form. Kompetansen innen de fem komponenter tilegnes gradvis med økende progresjon.

4.4 Matematiske aktiviteter i barnehagen

1–2 åringer

- **Hovedmål:** Barn skal introduseres for telling, form og mengde.
- **Arbeidsmåter:** Vi legger til rette for lek med ulike matematiske erfaringer.

Hovedmål for antall: Barnet viser engasjement i lek med mengder.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Legge til rette for musikalske opplevelser med bevegelse, rytme og telling.
- Bruke konkrete for å bygge opp mengdeforståelse.
- Bruke konkrete i eventyr og lek (for eksempel «De tre bjørnene»).

Hovedmål for rom: Gjennom egne handlinger erfarer barnet hvor ting er plassert i rommet og i forhold til hverandre.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Gi barn erfaring i lek med ulik plassering i forhold til rommet.
- Gi barn erfaring med å bruke kroppen og sansene for å utvikle romforståelse og orientere seg i rommet.

- Legge til rette for ulike typer bevegelsesleker med gjenstander i rommet.
- Rydding og sortering av leker og materiell.

Hovedmål for form: Barnet får sine første erfaringer med ulike former og størrelser.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Legge til rette for at barn får utforske ulike lekematerialer.
- Lek med sand, vann og plastelina.
- Lek med ulike former og størrelser.

2–3 åringer

- **Hovedmål:** Bli kjent med ulike matematiske begreper.
- **Arbeidsmåter:** Vi legger til rette for lek med ulike matematiske erfaringer.

Hovedmål for antall:

- Barnet møter mengdebegreper i leke og aktivitetssituasjoner.
- Barna får erfaringer med at tallbegreper knyttes til mengde.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Musiske aktiviteter. For eksempel sangleker, dans og rytme,
- Hverdagsaktiviteter. For eksempel borddekking eller påkledning, bruke språket aktivt i disse situasjonene. For eksempel å finne den andre skoen.
- Bruke eventyr, rim og regler med antall og telling.

Hovedmål for rom:

- Barnet skal kunne orientere seg i kjente omgivelser.
- Barnet skal erfare størrelser i sine omgivelser og sammenligne disse.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Barna får i oppgave å orientere seg, for eksempel hent kosten i garderoben. Orienter seg i ulendt terreng, for eks. vi må kripe under treet for å komme frem.
- Bruke rommet aktivt i rollelek, sandkasselek, lek med vann og snø.
- Tumblelek som balansering, kripe, løpe hoppe, klatre både ute og inne.
- Konstruksjonslek, hvor stor "hytte" må vi bygge for å få plass til fire barn?

Hovedmål for form:

- Barnet møter og kan gjenkjenne noen former i lek og hverdagssituasjoner.
- Barnet skal møte begreper som beskriver former, mønster, vekt og volum.
- Barnet kan bruke matematisk språk på det de ser og opplever.
- Barnet utforsker og ser mønster, trekke logiske slutninger gjennom lek med former og mønstre, samt kunne sortere etter egenskaper.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Konstruksjonslek for eksempel “skal vi bygge et høyt tårn”, hvor mange klarer vi å få oppå hverandre?
- Bord aktiviteter som perle, konstruere med magneter og pluss-pluss.
- Formingsaktiviteter, hvor man snakker om former, strukturer og mønster.
- Matematiske begreper som for. eksempel lang-kort, liten og stor, tykk og tynn.
- Den voksne støtter barnas formspråk. og gir de begreper på form som for eksempel, en firkantet kloss, bamsen ligger i hjørnet.



3–4 åringer

- **Hovedmål:** Barna bruker egne matematiske erfaringer til å resonere over det de opplever.
- **Arbeidsmåter:** Vi legger til rette for lek og aktiviteter med ulike matematiske erfaringer.

Hovedmål for antall:

- Barnet forstår at hensikten med telling er å finne antallet og forstå sammenhengen mellom tallsymbolet og mengden.
- Kunne se en liten mengde uten å telle, for eksempel terning med to øyne er mengden to.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Brettspill. For eksempel ludo, lotto og kortspill.
- Eventyr med konkrete. For eksempel geitekillingen som kunne telle til 10 og Bukkene Bruse.
- Regelleker som paradiset, kongen befaler, butikklek, sanger, ellinger og regler.

Hovedmål for rom:

- Barnet skal oppleve og erfare allsidige motoriske aktiviteter og lek som gir grunnlag for romforståelse.
- Barnet skal møte begreper som beskriver plassering.
- Barnet erfarer forholdet mellom volum og mengde.
- Barnet sammenligner og sorter etter størrelse, form og mengde.

Tips til aktiviteter og innhold:

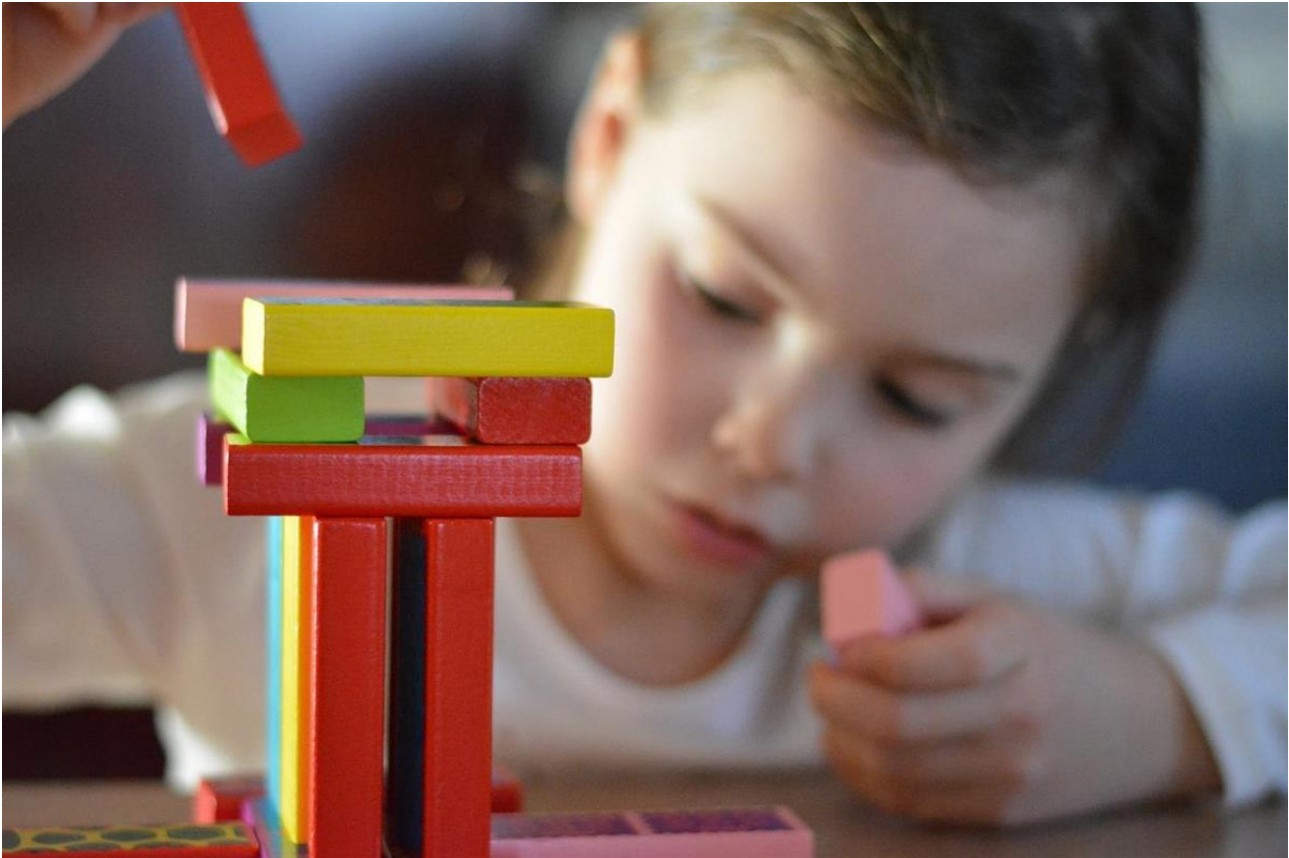
- Matlaging.
- Plassering. For eksempel tegning og formingsaktiviteter som modellering.
- Avstand og retning, for eksempel hyttebygging, konstruksjonslek, orientering, hinderløype, stollek.

Hovedmål for form:

- Barnet skal kunne bruke størrelse- og mengdeforhold i hverdagsaktiviteter og lek.
- Barnet skal få økt forståelse for, og bruke begreper om vekt og volum.
- Barnet skal kunne gjenkjenne noen former, og erfare at noen av disse kan endre seg gjennom manipulasjon.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Sortering etter egenskaper som form (hvor mange trekkanter, rektangler osv.) puslespill, lek med materiell som plastelina, lage mønster som for eksempel ved hjelp av pinner, steiner osv.
- Veie og måle lengder, bredder, tyngde, høyde, sammenligning, sortering etter form og størrelse.
- Sammenligne romlighet, form og mengde. For eksempel fra is til vann.



4–5 åringer

- **Hovedmål:** Kunne nyttiggjøre seg matematikkferdigheter og matematisk språk i hverdagsaktiviteter.
- **Arbeidsmåter:** Vi legger til rette for lek med ulike matematiske erfaringer. Støtte barnets matematiske utvikling med utgangspunktet i barnets interesser og uttrykksformer.

Hovedmål for antall:

- Barnet skal erfare at tallord blir brukt om rekkefølge og ordning.
- Barnet erfarer at tall kan bli presentert på ulike måter.
- Barnet opplever glede over å utforske og leke med tall og former.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Legge til rette for aktiviteter med tall som presenteres på ulik måte som f.eks. spill med tegninger, klokke med visere, termometer, gjenstander osv.
- Regelleker.
- Bruke mengdebegrepene få, mange, færre, flest, først sist, for eksempel i dialogisk lesing.
- Bruke eventyr, rim, regler og sanger med tall og telling.

Hovedmål for rom:

- Barnet har evne til å plassere og orientere seg i kjente omgivelser.
- Barnet kan bruke plasseringsord.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Lage kart.
- Natursti.
- Hinderløype.
- Tampen brenner.
- Bruke eventyr, rim, regler og sanger som inneholder plasseringsord.

Hovedmål for form:

- Barnet kan kjenne igjen ulike former og sette dem samme til ulike mønster og symmetri.
- Barnet bruker språket til å beskrive likheter og forskjeller.
- Barnet møter og eksperimenterer med figurer som endrer form.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Legge til rette for lek og aktiviteter hvor barn beskriver egenskapene ved ulike former – hva som kjennetegner de forskjellige formene,
- Bildebøker.
- Gjøre barna oppmerksomme på former, mønster og symmetri i omgivelsene.
- Oppfordre og støtte barna til å utforske og sette ord på hva de ser og opplever, plasseringsord.
- Perle etter mønster.
- Jovo – brikker.

5–6 åringer

- **Hovedmål:** Barn skal undersøke, utforske og eksperimentere med matematiske begreper og forståelse gjennom samarbeid og lek.
- **Arbeidsmåter:** Utforsking, problemløsning, lekbasert læring og varierte aktiviteter med dialog om prosessen, ikke "rett og galt" fokus. Utfordrende aktiviteter som bygger videre på barnas erfaringer og kunnskapsnivå.

Hovedmål for antall:

- Barnet teller og gjenkjenner tallsymboler
- Barnet mestrer å sortere størrelser og mengder
- Barnet utvikler forståelse for grunnleggende matematiske begreper

Tips til aktiviteter og innhold:

- Mønsterforståelse
- Konstruksjonslek/instruksjonslek
- Puslespill, spille spill
- Bøker med rytme, regler og rim.
- Regelleker og sangleker.
- Bee-Bot/programmering
- Rollelek og dramatisering

Hovedmål for rom:

- Barnet utvikler forståelse for sammenhengen mellom form, vekt og størrelse.
- Barnet løser ulike problemstillinger gjennom samarbeid, eksperimentering, og forskning.
- Barnet eksperimenterer med måleenheter i forhold til hva det skal brukes til.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Aktiviteter med mål og vekt. For eksempel matlaging.
- Problemløsende oppgaver.
- Ulike materialer og størrelser i forhold til romlighet.
- Kreative aktiviteter, forme i ulike materialer.
- Ulikt og varierende materiell (konstant, flytende).
- Utforsking gjennom bruk av egen kropp, hoppe, klatre mm.

Hovedmål for form:

- Barnet erfarer at ulike verktøy kan brukes for å gjennomføre en aktivitet.
- Barnet har kompetanse om de ulike formenes egenskaper.
- Barnet kjenner igjen og kan navngi de ulike formene.
- Barnet møter og eksperimenterer med to- og tredimensjonale former.

Tips til aktiviteter og innhold:

- Konstruksjonsleker/bygging med ulikt materiell.
- Tegne, male, leke-skrive, lete etter former i naturen, i huset, i hverdagsaktiviteter og i rommet.
- Bli utfordret på oppgaver, finne ting, former, noe som ligner.
- Mønster, strukturer, puslespill (se etter form, sette sammen bilder).
- Manipulering av materialer. For eksempel at flytende materiale blir til fast.
- Bruke digitale verktøy og spill



4.4.1 Helhet og sammenheng mellom barnehage og skole

Barnehagen har forventninger om at skolen legger til rette og viderefører barnehagens arbeidsmåter for at barna skal få utforske, leke og eksperimentere med matematikk gjennom lek og aktiviteter. Læringsrommet må være tilpasset barn og unges mulighet for å være kroppslige og utforskende med spennende og variert lekemateriell og konkrete. Vi ønsker at skolen og SFO ser mulighet i andre læringsarenaer som for eksempel skog, fjære, nærmiljø og arenaer med kunst og kultur. Barna må gis muligheter for allsidige matematiske erfaringer i hverdagen, og mer lekbasert læring i skole og SFO. Det er helsefremmende for barn å kjenne igjen både arbeidsmåter og aktiviteter fra barnehagen når de begynner på skolen for å oppleve mestring, helhet og mening.

5 Skole

5.1 Skolefritidsordning (SFO)

Skolefritidsordningen skal være en arena som legger til rette for å berike, utvide og forsterke barnehagens og skolens arbeidsformer og leke- og læringsmiljøer.

Læring skjer ikke isolert i et klasserom eller på en tilrettelagt læringsarena. Læring skjer i mange dagliglivssituasjoner. Skolefritidsordningen kan gjennom tilrettelagte miljøer stimulere barn til lekbasert læring, men leken skal være på barnas premisser, tilpasset alder og forutsetninger.

Ansatte som er bevisste på å benytte presise begreper og benytter det matematiske språket når man beskriver og forklarer, vil bidra til økt matematisk kompetanse gjennom de fire aktivitetsområdene i (Udir, 2021).

Lek

- butikk, dyrlege og frisør
- rollelek
- konstruksjonsleker
- spill, brettspill og puslespill
- programmering av «Blue Bot»

Kultur

- maling, tegning
- formingsaktiviteter; sy, strikk, brodere, hekle osv.
- nysgjerrighet, forskning og utforskertrang
- garasjeband (app på læringsbrett)

Fysisk aktivitet og bevegelsesglede

- paradiset
- ballspill
- FAL-aktiviteter
- begreper: først, sist, størst, minst, flest, færrest osv.
- 25/50 leken
- Stjerneorientering

Mat og måltidsglede

- dekke bord
- være med å lage mat/ matlagingsgrupper
- rydde etter måltid
- fokus på begreper knyttet til oppmåling, telling, plassering og deling.
- benytte mat og helse-timene i skolen til å lage mat til SFO.



5.2 Faget matematikk

Faget matematikk er et sentralt fag i norsk skole som har stor betydning for utvikling av matematisk kompetanse, men også fagovergripende kompetanse som evne til kritisk tenking og problemløsning. Kompetansen i faget kan ordnes på mange måter, slik denne planens kunnskapsgrunnlag viser. I læreplanverket for skole uttrykkes den kompetansen faget skal bidra med, i kjerneelementene. Kjerneelementene skal prege innholdet og progresjonen i læreplanen og bidra til at elevene over tid utvikler forståelse av innhold og sammenhenger. Basert på kjerneelementene uttrykkes kompetansen elevene skal utvikle på hvert trinn fra 2. til 10.trinn. Hvert trinns kompetansemål følges av en tekst om undervisvurdering. Her uttrykkes hvordan elevene skal få innsikt i hva de kan, hva det neste de skal lære er og hva som er forventet av dem. Undervisvurderingsteksten sier også noe om behovet for å være involvert i egen læring, om betydningen av tilbakemeldinger og fram-overmeldinger, altså vurdering SOM og FOR læring. Det er først etter endt opplæring på 10.trinn at det skal gjøres en sluttvurdering i form av standpunkt karakter og skriftlig og eventuelt praktisk/muntlig eksamen.

5.3 Læreplan matematikk 1–10

Matematikkundervisningen skal bevege seg bort fra den mer «tradisjonelle» lærersentrerte undervisningen, der tavleundervisning og individuell oppgaveløsning er fremtredende til en opplæring som er mer relevant for framtiden. Kunnskapsdepartementet har fornyet alle læreplanene (Fagfornyelsen av Kunnskapsløftet (LK20)) i grunnskolen og for videregående skole. Kunnskapsdepartementet begrunner fagfornyelsen med at det skal bli god sammenheng mellom formålsparagrafen, overordnet del og læreplan for fag, der målet er en mer framtidsrettet opplæring med bedre mulighet for dybdelæring og forståelse (Udir, 2020).



5.3.1 Kjerneelementer i faget matematikk

I læreplanen for matematikk beskrives fagets relevans og sentrale verdier som for eksempel skal matematikk bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering (LK20). Etter fagrelevans og sentrale verdier blir seks kjerneelementene i faget matematikk introdusert i fagfornyelsen av Kunnskapsløftet (LK20). Kjerneelementene skal vise den overordnede prioriterte retningen og innholdet for faget. De første fem beskriver arbeidsmåter, metoder og tenkemåter i matematikk, mens det sjette kjerneelementet (sentrale kunnskapsområder) skal elevene møte gjennom de fem første (Regjeringen, 2018, s. 16). Kjerneelementene i faget må barn og unge lære for å mestre og anvende faget. De består av sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer som er viktig for hvert enkelt fag (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Utforsking og problemløsning

Utforsking i matematikk handler om at elevene leter etter mønster, finner sammenhenger og diskuterer seg frem til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsning i matematikk handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenking er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblem som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsning handler også om å analysere og forme om kjente og ukjente problemer, løse de og vurdere om løsningene er gyldige.

Modellering og anvendelser

En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk blir brukt for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler òg om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke avgrensinger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner. Anvendelser i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget.

Resonnering og argumentasjon

Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnement både for å forstå og for å løse problemer. Argumentasjon i matematikk handler om at elevene begrunner fremgangsmåter, resonnement og løsninger og beviser at disse er gyldige.

Representasjon og kommunikasjon

Representasjoner i matematikk er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Elevene må få mulighet til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få mulighet til å forklare og begrunne valg av representasjonsform. Elevene må kunne omsette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og veksle mellom ulike representasjoner.

Abstraksjon og generalisering

Abstraksjon i matematikk innebærer at elevene gradvis utvikler en formalisering av tanker, strategier og matematisk språk. Utviklinga går fra konkrete beskrivelser til formelt symbolspråk og formelle resonnement. Generalisering i matematikk handler om at elevene oppdager sammenhenger og strukturer og ikke blir presentert for en ferdig løsning. Det vil si at elevene kan utforske tall, utregninger og figurer for å finne sammenhenger og deretter formalisere ved å bruke algebra og hensiktsmessige representasjoner.

Matematiske kunnskapsområde

De matematiske kunnskapsområdene omfatter tall og tallforståelse, algebra, funksjoner, geometri, statistikk og sannsynlighet. Elevene må tidlig få et godt tallbegrep og få utvikle varierte regnestrategier. Algebra handler om å utforske strukturer, mønster og relasjoner og er en viktig forutsetning for at elevene skal kunne generalisere og modellere i matematikk. Funksjoner gir elevene et viktig verktøy for å studere og modellere endring og utvikling. Geometri er viktig for at elevene skal utvikle en god romforståelse. Kunnskap om statistikk og sannsynlighet gir elevene et godt grunnlag når de skal gjøre valg i sitt eget liv, i samfunnet og i arbeidslivet. Kunnskapsområdene danner grunnlaget som elevene trenger for å utvikle matematisk forståelse ved å utforske sammenhenger innenfor og mellom de matematiske kunnskapsområdene.

Rammer: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob>

5.3.2 Grunnleggende ferdigheter

Fem grunnleggende ferdigheter:

Lesing, skriving, regning, muntlige og digitale ferdigheter utgjør de fem grunnleggende ferdighetene som både er en del av den faglige kompetansen og nødvendige redskaper for videre læring og faglig forståelse. De grunnleggende ferdighetene er viktige for utviklingen av barn og unges identitet og sosiale relasjoner, og for å kunne delta i utdanning, arbeid og samfunnsliv.

Utvikling av de grunnleggende ferdighetene har betydning gjennom hele opplæringsløpet. Det går for eksempel en sammenhengende linje fra den første lese- og skriveopplæringen til det å kunne lese avanserte faglige tekster. Når en leser ulike rapporter som er skrevet i forbindelse med GoBaN-prosjektet, ser man en sammenheng mellom grunnleggende regneferdigheter i barnehagealder og senere frafall i videregående opplæring (GoBaN.no)

I undervisningen må de grunnleggende ferdighetene ses både i sammenheng med hverandre og på tvers av fag. De grunnleggende ferdighetene hører hjemme i alle fag, men fagene spiller ulike roller i utviklingen av de forskjellige ferdighetene, og enkelte fag vil ha et større ansvar enn andre innenfor de ulike ferdigheter. Utvikling av faglig kompetanse skal derfor skje i samspill med utviklingen av grunnleggende ferdigheter i faget slik det er beskrevet i læreplanene for fagene. Lærere i alle fag skal støtte barn og unge i arbeidet med grunnleggende ferdigheter.

I rammeverket for grunnleggende ferdigheter, 2017, har Udir.no definert de fem grunnleggende ferdighetene på et overordnet nivå, skissert hvilke ferdighetsområder de består av, og beskrevet progresjonen i hver av dem på fem nivåer. Matrisen viser hva som er typisk for ulike nivåer i elevenes utvikling av hver av de fem ferdighetene. I rammeverket er ferdighetene beskrevet hver for seg, men i opplæringen må de enkelte ferdighetene sees i sammenheng med hverandre og på tvers av fag. (Udir ,2017)



Hovedmål 1: regning - Ferdighetsområder i regneferdigheter

Å kunne regne i matematikk innebærer å bruke symbolspråk, matematiske begreper, framgangsmåter og varierte strategier til problemløsning og utforskning som tar utgangspunkt både i praktiske, dagligdagse situasjoner og i matematiske problemer.

Hovedmål 1: regning	Ferdighetsområder i regneferdigheter
1. Gjenkjenne og beskrive	Innebærer å kunne identifisere situasjoner som involverer tall, størrelser og geometriske figurer som finnes i lek, spill, faglige situasjoner og i arbeids og samfunnsliv. Det innebærer å finne relevante problemstillinger og å analysere og formulere dem på en hensiktsmessig måte.
2. Bruke og bearbeide	Innebærer å kunne velge hensiktsmessige strategier for problemløsning. Det innebærer å kunne bruke passende måleenheter og presisjonsnivå, utføre beregninger, hente informasjon fra tabeller og diagrammer, tegne og beskrive geometriske figurer, bearbeide og sammenlikne informasjon fra ulike kilder. Bearbeide refererer til å analysere og modifisere matematiske data og informasjon for å komme frem til en konklusjon eller løsning.
3. Kommunisere	Innebærer å kunne uttrykke regneprosesser, begrunne valg og formidle resultater på hensiktsmessige måter. Kommunikasjonen må tilpasses mottaker slik at mottaker kan forstå og følge med i overføringen av informasjon.
4. Reflektere og vurdere	Innebærer å kunne tolke egne og andres løsninger på matematiske problemer, vurdere gyldighet og reflektere over hva resultatene betyr for problemstillingen. Det innebærer å bruke resultatet som grunnlag for en konklusjon eller en handling.

Hovedmål 2: muntlige ferdigheter - ferdighetsområder i regneferdigheter

Muntlige ferdigheter i matematikk innebærer å skape mening gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk.

Hovedmål 2: muntlige ferdigheter	Ferdighetsområder i muntlige ferdigheter
1. Forstå og vurdere	Innebærer å ha evne til å muntlig formidle, lytte til og forstå en matematisk forklaring. Dette innebærer å kunne følge logikken i en argumentasjon, å identifisere nøkkelkonsepter og å vurdere om en løsning er rimelig og korrekt.

Hovedmål 2: muntlige ferdigheter	Ferdighetsområder i muntlige ferdigheter
2. Utforme	Innebærer å kunne utforme egne resonnementer både for å forstå og for å kunne løse matematiske utfordringer. Dette betyr å være i stand til å lage egne forklaringer på matematiske konsepter, prosesser og løsninger og sette ord på det.
3. Kommunisere	Innebærer å kunne delta i matematiske samtaler, diskusjoner og resonnementer. Det innebærer å utvikle ferdigheter til å kunne drøfte matematiske problemer, strategier og løsninger ved bruk av et presist matematisk språk. Muntlig kommunikasjon i matematikk krever at barn og unge har god forståelse for matematiske begreper og symboler.
4. Reflektere og vurdere	Innebærer det å forstå matematiske tankerekker, for å kunne kritisk vurdere løsninger, resonnementer og argumenter og om disse er gyldige.

Hovedmål 3: lesing - ferdighetsområder i leseferdigheter

Å kunne lese i matematikk innebærer å forstå og bruke symbolspråk og uttrykksformer for å skape mening i tekster fra dagligliv og yrkesliv så vel som matematikkfaglige tekster.

Hovedmål 3: lesing	Ferdighetsområder i leseferdigheter
1. Forberede, utføre og bearbeide	Innebærer å tolke, avkode og forstå begreper og sammensatte tekster (tabeller, grafer, symboler, formler, illustrasjoner og lignende).
2. Finne	Innebærer å at barn og unge må være i stand til å lese og forstå problemet, identifisere relevant informasjon og benytte hensiktsmessige strategier for løsning.
3. Tolke og sammenholde	Innebærer å analysere og tolke tekst, diagrammer, tabeller, figurer og andre visuelle representasjoner av matematiske data, samt å utføre beregninger og formulere konklusjoner basert på de gitte opplysningene.
4. Reflektere og vurdere	Innebærer å forstå og anvende matematiske begreper og metoder, samt å vurdere deres nytte og presisjon i løsningen av matematiske problemer. Det krever evnen til å tenke kritisk og å drøfte matematiske idéer og argumenter med andre.

Hovedmål 4: skriving - ferdighetsområder i skriftlige ferdigheter

Å kunne skrive i matematikk innebærer å beskrive og forklare en tankegang og sette ord på oppdagelser og ideer.

Hovedmål 4: skrivning	Ferdighetsområder i skriftlige ferdigheter
1. Planlegge og bearbeide	Innebærer at barn og unge bruker skrivning som redskap for å forstå og for å utvikle egne tanker og læring. Tabeller, grafer, illustrasjoner, figurer, skisser, symboler og tekst er ulike skriftlige representasjoner som er sentralt i faget.
2. Å utforme	Innebærer å kunne formulere og utforske matematiske problemstillinger, hypoteser og løsninger på en skriftlig måte, og å bruke matematiske symboler og notasjoner på en stadig mer presis måte.
3. Kommunisere	Innebærer å formidle matematiske idéer, tanker, løsninger og bevis på en presis og oversiktlig måte tilpasset mottaker og situasjon.
4. Reflektere og vurdere	Innebærer å reflektere og vurdere begrensninger og gyldighet av løsning opp mot opprinnelige problemstillinger. Vurdere om gyldigheten kan generaliseres til andre sammenhenger.

Hovedmål 5: digitale ferdigheter - ferdighetsområder i digitale ferdigheter

Digitale ferdigheter i matematikk innebærer å bruke digitale verktøy til læring gjennom spill, utforskning, visualisering og presentasjon.

Hovedmål 5: digitale ferdigheter	Ferdighetsområder i digitale ferdigheter
1. Bruke og forstå	Innebærer å kunne bruke og navigere digitale matematiske verktøy som graftegner, regneark, CAS, dynamisk geometriprogram og grunnleggende blokk- og tekstprogrammering. Være i stand til å utforske og løse matematiske problemer ved hjelp av digitale verktøy. Være i stand til å vurdere nøyaktigheten til digitale løsninger og identifisere eventuelle feil i verktøyene eller metodene du bruker.
2. Finne og behandle	Innebærer å tilegne seg informasjon om matematiske problemer fra digitale kilder. Dette inkluderer evnen til å søke etter, finne, analysere og anvende digitale verktøy og metoder i matematiske sammenhenger.

Hovedmål 5: digitale ferdigheter	Ferdighetsområder i digitale ferdigheter
3. Produsere og bearbeide	Innebærer å utnytte digitale verktøy for å presentere matematiske løsninger. Barn og unge må bruke digitale verktøy til å visualisere og presentere matematiske løsninger og idéer på en enkel og forståelig måte.
4. Kommunisere og samhandle	Innebærer å bruke digitale matematiske verktøy på en forsvarlig og hensiktsmessig måte, for å samarbeide og kommunisere matematiske løsninger og idéer med andre. Delta i digitale samarbeidsøker for å utforske og løse matematiske problemer ved bruk av digitale verktøy. Dele matematiske presentasjoner og løsninger med andre via digitale plattformer. Kommunisere matematiske tanker og idéer på en klar og effektivt måte med bruk av digitale verktøy.
5. Utøve digital dømmekraft	Innebærer å vise ansvarlig bruk av digitale matematiske verktøy, inkludert hensyn til personvern og beskyttelse av data. Være i stand til å vurdere om digitale matematiske løsninger og presentasjoner er korrekte og pålitelige.

<https://www.udir.no/globalassets/filer/laring-trivsel/arbeid-med-lareplaner/matriser-rammeverk-grunnleggende-ferdigheter2017.pdf>

Tverrfaglige temaer

I faget matematikk er det to tverrfaglige temaer som blir beskrevet. Temaene er:

- **folkehelse og livsmestring.**

Temaet **folkehelse og livsmestring** handler om å utvikle forståelse og kunnskap for teknologi, statistikk, personlig økonomi og matematiske representasjoner og modeller. Målet er å at dette skal hjelpe barn og unge til å ta ansvarlige livsvalg.

- **demokrati og medborgerskap.**

I matematikk handler **demokrati og medborgerskap** om å utforske og analysere funn fra reelle datasett og vurdere hvor gyldige slike funn er for å kunne ta beslutninger og delta i samfunnsdebatten.

5.3.3 Den kompetente matematikklæreren



I matematikkundervisningen må barn og unge bli presentert for undersøkende aktiviteter som utfordrer og engasjerer, og hvor det kan brukes forskjellige perspektiver i å løse oppgaver, jfr. dybdelæring. På den måten får barn og unge muligheten til å reflektere over hva de gjør og hvorfor løsninger blir som de blir. Læreren må skape en atmosfære på læringsarenaen der **hvorfor** har like stor betydning som **hva** svaret blir og **hvilken metode** som blir brukt. På den måten utvikler barn og unge evne til refleksjon og en evalueringskompetanse til å kunne kontrollere om et svar er rimelig. De har også da evne til å kunne begrunne hvorfor svaret stemmer. Barn og unges matematiske kompetanse, i form av de fem komponentene i trådmodellen, skal først og fremst utvikles i matematikkfaget, og i arbeidet med regning i alle fag. For å fremme de rike tankeprosessene som ligger i den matematiske kompetansen, kan eksempler på følgende tilnærming til opplæring i matematikkfaget og fagområder benyttes;

Læreren bør legge til rette for at undervisningen:

- er undersøkende
- er aktiv, praktisk, variert og relevant
- utvikler barn og unges evne til kommunikasjon og kritisk tenkning
- bidrar til at barn og unge kan kritisk vurdere ulike løsninger og visuelle fremstillinger
- bærer preg av matematisk modellering og problemløsende, rike og åpne oppgaver
- hjelper barn og unge med å utvikle et presist matematisk språk
- gir rom for at feil er noe vi kan lære av

Som beskrevet i kunnskapsgrunnlaget er det en rekke faktorer som kjennetegner god matematikk-undervisning og læring, der målet er utvikling av matematisk kompetanse hos alle barn og unge, gjennom bruk av

trådmodellen. God matematikkundervisning bør da legger til rette for at barn og unge tilegner seg denne kompetansen, og undervisningen bør da bære preg av undersøkende matematikkundervisning, der forståelse, selvinnsikt og bevissthet, motivasjon og tilpasset læring er viktige stikkord (Nosrati & Wæge, 2015).

God undervisning avhenger i høy grad av at læreren kan «håndverket» og forskningsresultater er relativt entydig når det gjelder hvilke kompetanser hos læreren som er viktig for barn og unges læring. Det som blir trukket frem for å fremme barn og unges læring er solid fagkompetanse, kombinert med evnen til å formidle faget, lede undervisningsarbeidet og ha en god relasjon til barn og unge (Regjeringen, 2009).

Spesialisert fagkunnskap er den fagspesifikke kompetansen matematikklærere trenger for å kunne gjennomføre god matematikkundervisning. Figuren under er en visuell fremstilling av hvilken kompetanse en matematikklærer bør inneha.



Figur: Undervisningskunnskap i matematikk (Ball, Thames & Phelps, 2008, oversatt av Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010)

Der **allmenn fagkunnskap** er generell matematikkunnskap som alle bør ha eller trenger, uavhengig av om du er lærer eller ikke.

Matematisk horisontkunnskap handler om hvordan ulike matematiske temaer henger sammen og bygger på hverandre.

Spesialisert fagkunnskap er mer den fagspesifikke kompetansen en matematikklærer trenger spesielt for å kunne gjennomføre god matematikkundervisning, for eksempel ha kunnskap om ulike strategier for å løse en bestemt oppgave, ikke bare mestre hvordan det fungerer, men også hvorfor.

I tillegg må også lærere ha **kunnskap om det faglige innholdet i forhold til gruppen med barn og unge** man underviser i, f.eks. hva kan barn og unge fra før, kognitive vanskeligheter de kan støte på, hvilke strategier bruker de og mulige misoppfatninger ol.

Kunnskap om faglig innhold og undervisning handler om hvordan du skal legge opp undervisningen, hvilke undervisningsmetoder og oppgaver du skal bruke for at barn og unge skal nå undervisningsøktens mål eller utvikle sin matematiske kompetanse og få den støtten de trenger i sin læring.

Den siste kategorien er **læreplankunnskap**, lærere må vite hva læreplanen sier om ulike temaer og emner på ulike alderstrinn og fag, de må også ha en forståelse av tenkningen og matematikken som beskrives i planen (Schulman, 1986, Ball, Thames & Phelps, 2008).

5.3.4 Strategiutvikling

Utviklingen av regnestrategier synes å følge et relativt fast mønster bestående av tre overlappende faser. I starten bruker barna enkle tellestrategier. I takt med økende tallforståelse og øving oppdager de fleste mer effektive tellestrategier. De oppdager mønstre og sammenhenger, og utvikler på bakgrunn av dette resonneringsstrategier. I denne fasen bruker de kjente fakta og sammenhenger for å utlede svaret. Etter hvert vil barn og unge huske regnefakta uten å telle eller resonnere. De benytter gjenkallingsstrategier, hvor de kan gjenkalle regnefakta umiddelbart (Klausen & Reikerås, 2016).

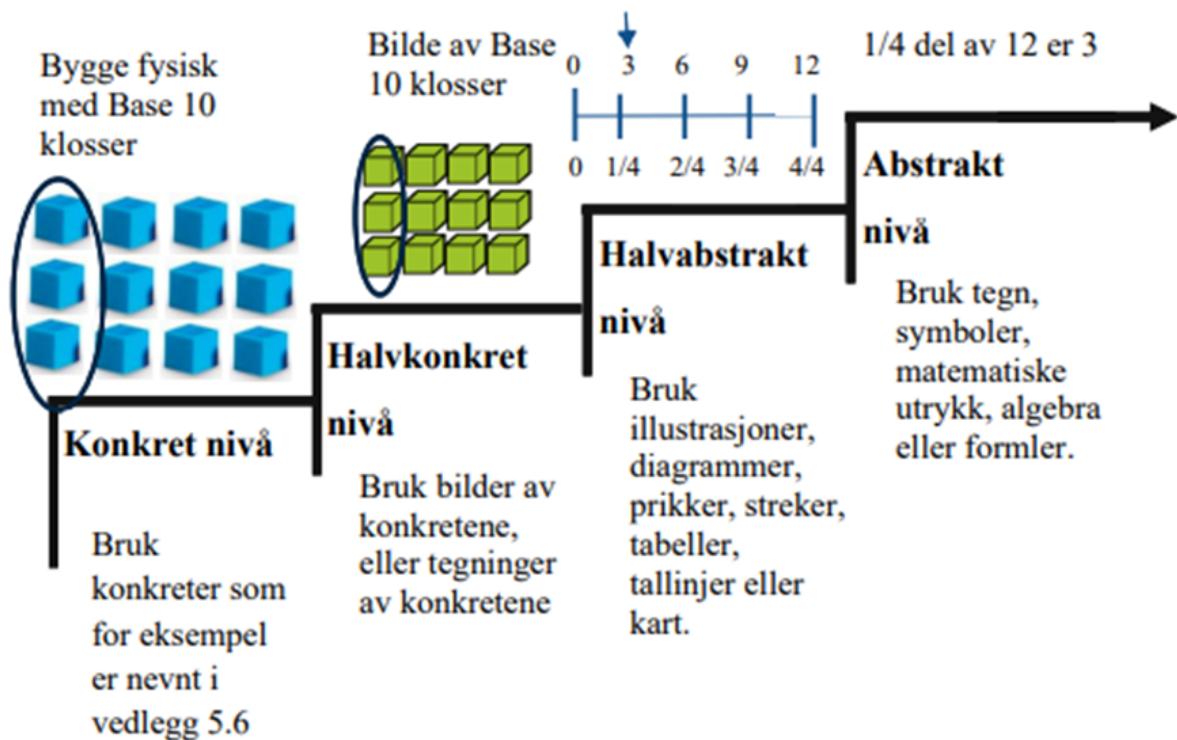
Utviklingsforløpet for strategier påvirkes av flere faktorer, som blant annet:

- Hvor raskt barn og unge selv oppdager og utvikler effektive regnestrategier.
- Hyppighet og treningsmengde som trengs for å gjenkalle regnefakta automatisk.
- Vektlegging av strategiopplæring i undervisningen.

Det er varierende hvor fort barn og unge utvikler seg fra tellestrategier til gjenkalling. Hos barn og unge som har en typisk utvikling vil antall regnefakta som blir løst ved hjelp av automatisk gjenkalling øke, samtidig som telle- og resonneringsstrategiene avtar. Et kjennetegn ved barn og unge med matematikkvansker er at de ikke utvikler effektive strategier for regneoperasjoner, men fortsetter å benytte tidkrevende tellestrategier (Klausen & Reikerås, 2016; Ostad, 2013).

Utvikling av abstrakt matematisk problemløsning

Forskning tyder på at systematisk strategiopplæring har positiv innvirkning på barn og unges matematiske kompetanse generelt (Klausen & Reikerås, 2016). I utviklingen av matematisk kompetanse danner barn og unge indre forestillinger som gjør dem i stand til å reflektere og resonnere over matematiske problemer alene eller sammen med andre. En måte å legge til rette for utviklingen av barn og unges matematiske innsikt på, er å lede barn og unge trinnvis fra det konkrete nivå, via et halvkonkret og et halvabstrakt nivå – til det abstrakte nivå. Prosessen med å utvikle forståelse i matematikk kan ses på som å skulle hjelpe barn og unge opp en trapp, der de ulike trappetrinnene beskriver de ulike stadiene de skal klatre opp.



(Fritt etter Alseth og Røsseland, 2006)

Fritt etter Alseth og Røsseland, 2006

- **Det konkrete nivå** kjennetegnes av at barn og unge selv får bruke og manipulere konkrete hjelpemidler. Barn og unge løser konkrete oppgaver ved bruk av konkrete objekter som målebånd, vekt, papir, geometriske figurer, osv. Konkrete hjelper på barn og unges forståelse av matematikkproblemer, fordi problemet omgjøres til en konkret form.
- På **det halvkonkrete nivå** løser barn og unge matematiske problemer ved hjelp av bilder, tegninger og figurer. For å kunne arbeide på dette nivået må barn og unge kunne lage seg mentale bilder av virkeligheten. For eksempel må barn og unge kunne forestille seg at en mengde blir større uten selv å måtte håndtere konkretene som inngår i mengden. Arbeid med illustrerte regnefortellinger er en egnet arbeidsmåte for barn og unge som befinner seg på dette nivået i sin matematiske utvikling.
- På **det halvabstrakte nivå** er tegningene og bildene erstattet av for eksempel av diagrammer, tabeller, kart, prikker og streker. For å arbeide på dette nivået må barn og unge være i stand til å forestille seg objektene de skal manipulere med. Det er viktig at barn og unge får være på dette nivået så lenge de har behov for det.
- På **det abstrakte nivå** løser barn og unge oppgaver ved hjelp av tall, tegn, matematiske tegn, algebra, formler og språk. Først når barn og unge har nådd dette nivået i sin matematiske forståelse, er de klare til å arbeide med oppgaver i læreboka. Arbeider man bare med konkreter, vil man ikke utvikle forståelsen av tall og symboler. Det er nødvendig å knytte representasjonene sammen og vise at de er to sider av samme sak. For barn og unge som presterer lavt i matematikk, er det spesielt viktig å hjelpe dem med å oppdage sammenhenger mellom ulike representasjoner. Det er også viktig å være oppmerksom på at ulike barn og unge vil ha behov for ulik mengde trening på de forskjellige nivåene. Noen barn og unge vil bare i begrenset

omfang nå et nivå der de kan nyttiggjøre seg arbeid med abstrakte matematiske problemstillinger. For denne gruppen barn og unge vil en matematikkopplæring som i hovedsak baserer seg på at de skal løse oppgaver i læreboka, ha begrenset verdi. Hvilke representasjoner som er hensiktsmessige for å utvikle bedre forståelse, kan vurderes ut fra følgende fem egenskaper: synlighet, effektivitet, generalitet, klarhet og presisjon (Kilpatrick et al., 2001). Skal bruk av konkretiseringsmaterieil gi mening, må barn og unge selv skape sammenheng mellom representasjonen og det matematiske objektet. Det er ikke nok å få det fortalt. Derimot blir barn og unge som jobber fritt med konkretiseringsmaterieil i for stor grad overlatt til seg selv. Dette fremmer usystematisk og uproduktiv bruk av konkretiseringsmateriellet. I læring av nye matematiske objekter vil det være nødvendig å bruke ulike representasjoner, uansett hvor gamle barn og unge er (Svingen, 2018).

Problemløsning og argumentasjon

En problemløsningsoppgave er en oppgave der barn og unge ikke umiddelbart ser hvordan de kan komme videre i løsningsprosessen, og det er ingen kjent løsningsmetode som kan brukes. Det som kan være et problem for en, trenger ikke å være et problem for en annen. Det som kan være et problem for et barn eller ungdom i dag, trenger ikke å være det på et senere tidspunkt. Barn og unge trenger å øve på matematisk kondisjon ved å stå i problemet. Dette er en ferdighet barn og unge vil få god bruk for i matematikken, samt skolen, fritiden og når de skal ut i jobb. De må også forstå at det å feile er en nyttig erfaring på vei mot løsningen. En rik oppgave er en problemløsningsoppgave der løsningsmetoden/fremgangsmåten er uklar for problemløseren, og den må være både kognitivt krevende og oppnåelig for elever på ulike nivåer (Wæge & Nosrati, 2018, p. 83) Problemløsningsoppgaver åpner opp for diskusjoner med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper. Barn og unge øver på å resonnerer seg frem til løsninger ved å berette fremgangsmåter, løsninger og bevise at disse er gyldige. (Matematikksenteret)

Modellering

Matematisk modelleringsaktiviteter kan sees på som den mest komplette typen av matematisk problemløsning (Björkquist, 2001). Det er en forenkling som beskriver virkeligheten. Barn og unge kan lage modeller som forklarer problemet med for eksempel konkretiseringsmaterieil og symboler. Det er også viktig at barn og unge utforsker og lager egne modeller. Lærerens viktigste oppgave er å hjelpe barn og unge videre i sin utvikling ved å legge til rette for bruk av ulike representasjoner, strategier og skape forståelse for anvendelse av matematikken i ulike situasjoner. For at det skal kunne være en modelleringsaktivitet må det være et ekte problem fra virkeligheten i en kontekst som ikke oppfattes som (skole)matematikk til forskjell fra problemløsningsoppgaver som stammer fra matematikkens egen verden. Matematikken i en modelleringsprosess vil fungere som et redskap for å forstå omverden bedre (Björkquist, 2001). Videre spiller matematiske modeller en så viktig rolle i vårt samfunn at barn og unge må tidlig i skoleløp et begynne å utvikle kompetanser innen matematisk modellering (Blomhøj, 2006, p. 90). (Ullensaker kommune)

Matematikkopplæringen bør bygge på følgende prinsipper

- Tydelige og klare mål for timen.
- Tydelige og klare forventninger til alle barn og unge.
- Underveisvurdering som et redskap i læreprosessen og et grunnlag for tilpasset opplæring;
- Undervisning som varierer mellom arbeid i hel klasse, mindre grupper og individuelt.
- Variert bruk av undervisningsmetoder, og -aktiviteter.
- Fokus på den matematiske samtalen. Se vedlegg 5.3.1 «Samtaletrekk» og 5.3.2 «Fem praksiser».
- Bruk av konkrete som utgangspunkt for forståelse på alle trinn. Se vedlegg 5.6 «Konkretiseringsmaterieil».

- Utgangspunkt i noe barn og unge kjenner fra før og at undervisningen er knyttet opp mot situasjoner i og utenfor faget.
- Barn og unge har en aktiv rolle i undervisningen, «aktør i egen læring»
- Bruk av digitalt verktøy i situasjoner der det er hensiktsmessig.
- Gode relasjoner mellom barn og unge og mellom lærer og barn og unge.
- Samarbeid med foresatte

5.3.5 Matematisk kompetanse i barne- og ungdomsskolen

Kompetansemål og vurdering

I læreplanen er kompetansemålene, det elevene skal lære i faget matematikk, beskrevet i nær sammenheng med undervisvurdering og standpunktvurdering (kun 10. trinn). Både kompetansemålene og formen på undervisvurderingen har en progresjon i utviklingen av barn og unges kompetanse fra 2. trinn til 10. trinn. Undervisvurderingen skal, sammen med kompetansemålene, bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i matematikk. For å tydeliggjøre hva det er forventet at læreren skal legge til rette for, og hvordan dette skal komme til uttrykk hos barn og unge, er dette synliggjort i tabellen nedenfor. Det er også hentet ut spesifikke kjennetegn på hvilke fagområder som er i fokus på hvert av trinnene.

Undervisvurderingen skal bidra til å fremme læring og utvikle kompetanse i matematikk.

Undervisvurderingen tydeliggjør hva det er forventet at læreren skal legge til rette for og hvordan dette skal komme til uttrykk hos elevene på 1.–10. trinn.

Læreren skal:

- legge til rette for elevmedvirkning og stimulere til lærelyst ved at elevene får:
 - utforske matematikk gjennom lek, kreativitet, bruk av sansene og gjennom bevegelse
 - reflektere og undre seg
 - samtale om matematikk
 - bruke og utforske ulike strategier
 - gi elevene mulighet til å prøve og feile
- være i dialog med elevene om utviklingen deres, gi veiledning om videre læring og tilpasse opplæringen slik at elevene kan:
 - reflektere over egen faglig utvikling
 - bruke veiledningen for å utvikle kompetansen sin
 - bruke tidligere kunnskaper og ferdigheter i nye og ukjente sammenhenger

Elevene:

- viser og utvikler kompetanse når de:
 - undrer seg
 - stiller matematiske spørsmål
 - forklarer tenkemåtene sine
 - forklarer og argumenterer for egne løsninger
 - bruker kunnskap og ferdigheter til å formulere og løse problemer som er knyttet til hverdagen og samfunnet
 - bruker matematiske begrep i kommunikasjon og argumentasjon

- utforsker, reflekterer, resonnerer og argumenterer for fremgangsmåter og løser problemer knyttet til matematiske sammenhenger
- bruker ulike representasjoner og problemløsningsstrategier

Barneskole 1.–7. trinn

Spesifikke kjennetegn på ferdigheter og kompetanse, og hvilke fagområder som i vurderings-teksten er i fokus etter hvert av trinnene.

Etter 2. trinn

- Eksperimentere med og beskrive ulike egenskaper og strukturer i tall og figurmønster i utforskende lek, kunst og hverdagsituasjoner
- Undre seg, stille matematiske spørsmål og forklarer og argumenterer for egne løsninger
- Ta i bruk enkle fagbegreper og utvikle kompetansen sin i kommunikasjon med matematiske begrep
- Utvikle ferdigheter i regning og tallforståelse
- Utvikle kompetansen sin i utforsking og problemløsning knyttet til tall og mønster

Etter 3. trinn

- Utforske og finne sammenhenger i regneartene og bruke det for å forklare tenkemåtene sine
- Bruke problemløsningsstrategier i utforsking av matematikk i hverdagen
- Utvikle ferdigheter i regning og tallforståelse
- Utvikle kompetansen sin i utforsking og problemløsning knyttet til regnearter og kompetansen sin i kommunikasjon med matematiske begreper

Etter 4. trinn

- Bruke hensiktsmessige strategier og representasjoner i arbeidet med de fire regneartene og til å forklare tenkemåtene sine
- Bruke kunnskap og ferdigheter til å løse problemer og utforske matematiske sammenhenger
- Utvikle kompetansen sin i regning og tallforståelse
- Utvikle kompetansen sin i utforsking av ulike representasjoner og problemløsningsstrategier og kompetansen sin i kommunikasjon med matematiske begreper

Etter 5. trinn

- Utforske og reflektere over ulike matematiske begrep, representasjoner og strategier i arbeid med brøk og uformell løsning av likninger og ulikheter
- Formulere og løse problemer som er knyttet til hverdagen og samfunnet
- Utvikling i programmering og tallforståelse
- Utvikle kompetansen sin i å utforske ulike representasjoner og problemløsningsstrategier og i argumentere med matematiske begreper

Etter 6. trinn

- Bruke ulike representasjoner og strategier for å utforske sammenhenger i arbeid med mønster, geometriske figurer og desimaltall

- Bruke kunnskap og ferdigheter til å utforske, formulere og løse problemer som er knyttet til praktiske situasjoner
- Utvikle kompetanse i programmering og geometri
- Utvikle kompetansen sin i å se sammenhenger mellom ulike representasjoner og problemløsningsstrategier

Etter 7. trinn

- Utforske og reflektere over matematiske sammenhenger, benytte matematiske begrep i kommunikasjon og bruke ulike representasjoner og problemløsningsstrategier
- Formulere og løse problemer som er knyttet til praktiske situasjoner i hverdagen og samfunnet
- Resonnere over og argumentere for fremgangsmåter og løsninger
- Utvikle kompetansen sin til å se sammenhenger i matematikk og kompetansen sin i problemløsning og kommunikasjon om matematikk

Aktiviteter/innhold

Et lite utvalg av aktiviteter som kan brukes i læringsprosesser. Flere av dem på alle trinn.



Aktiviteter for flere trinn

+

- Brettspill

- Ulike representasjoner:
 - Tellestreker
 - Tallinje
 - Kuleramme
 - Symboler
 - Løse konkrete
 - Tegning
 - Penger
 - Tier-base materiell
- Algebra
- Konkret-halvkonkret-halvabstrakt-abstrakt
- FAL
- Kuleramme
- Tom tallinje
- Bruk av Blue Bot med og uten læringsbrett
- Terningspill
- Kommutativ og assosiativ- lov – bruk konkrete
- Tekstoppgaver
- Multiplikasjon
- Tallrekker
- Ulike multiplikasjonsmodeller
 - Arealmodellen
 - Grupperinger
 - Spill
- Tabeller
- Aktiv bruk av samtaletrekk
- Argumentere for hvem som har rett og hvorfor
- Hvem skal ut?
- Oppgaver fra nasjonale prøver
- Matte-LIST-oppgaver

Etter 5. trinn

+

- Ulike representasjoner innenfor brøk:
 - Mengde
 - Areal
 - Tallinje
- Brøkkeisen
- Sortering av brøker
- Likninger med fyrstikker
- Sortering
- Likheter og forskjeller
- Bygge
- Papirbretting
- GeoGebra

- Aktiv bruk av samtaletrekk
- Argumentere for hvem som har rett og hvorfor
- Hvem skal ut
- Oppgaver fra nasjonale prøver
- Matte-LIST-oppgaver
- Kidsa koder
- Bruk av Blue Bot med og uten læringsbrett
- Programmeringsprogram på læringsbrettet

Ungdomsskole 8.–10. trinn



Etter 8. trinn

- Utforske og generalisere matematiske sammenhenger algebraisk
- Utforske praktiske sammenhenger og omsette mellom representasjonsformer i problemløsning og modellering
- Resonnere over og argumentere for fremgangsmåter og løsninger
- Utvikle kompetansen sin til å se sammenhenger i funksjoner og algebra, kompetansen sin i problemløsning og kompetansen sin i å argumentere for løsninger

Etter 9. trinn

- Resonnere over og diskutere geometriske egenskaper og sammenhenger
- Utforske og analysere reelle datasett, og når de gjør og argumenterer for funn

- Resonnere over og argumentere for fremgangsmåter og løsninger
- Utvikle kompetansen sin i å se og argumentere for sammenhenger i og mellom statistikk og annen matematikk

Etter 10. trinn

- Vise og utvikle kompetanse ved å formalisere tanker og strategier ved hjelp av et matematisk språk
- Utforske og generalisere matematiske sammenhenger og strukturer gjennom algebra og hensiktsmessige representasjoner
- Planlegge, utføre og presentere utforskende arbeid i matematikk
- Resonnere over og argumentere for sine egne og andre sine fremgangsmåter og løsninger
- Se sammenhengen mellom ulike kunnskapsområder og velge hensiktsmessige strategier
- Utvikle kompetansen sin i modellering og forståelse for matematikk og for hvordan de kan bruke tidligere kunnskaper og ferdigheter i nye og ukjente sammenhenger

Aktiviteter/innhold

Et lite utvalg av aktiviteter som kan brukes i læringsprosesser. Flere av dem på alle trinn. Se også til aktiviteter som står over.

Aktiviteter

+

- Figurtall
- Tallrekker
- Kvikkbilder
 - Generalisere mønster: rammeoppgaven fra matematikksenteret egner seg godt
- Oppgaver fra NP
- Matte-LIST-oppgaver
- Statistikk: kan egne seg til det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap
- Sannsynlighet: kan egne seg til tverrfaglige temaet folkehelse og livsmestring
- Geometri: kan egne seg til samarbeidet med fylkeskommunen (Bygg reis deg, opplæringskontoret)
- Representere funksjoner på ulike måter
 - Tabell
 - Graf
 - Tekst
 - Formel
- Personlig økonomi: egner seg til temaet folkehelse og livsmestring

(Udir, Læreplan i matematikk 1-10)

6 Programmering

6.1 Hva er programmering?

Programmering har fått plass i LK20, og det er ikke bare fordi barn og unge skal lære seg «kodespråk» og kunne styre maskiner. Overføringsverdien av å ha programmering i læreplanen vil blant annet være at barn og unge blir problemløserne med evnen til å stå i et problem over tid. Programmering kan også gi rom for kreative måter å løse problemer på og kan stimulere til skaperglede, nysgjerrighet, selvtillit og vilje til å prøve ut ideer og løse oppgaver. (STATPED)

Programmering er enkelt forklart å gi en datamaskin beskjeder om hva den skal gjøre ved hjelp av helt spesifikke instruksjoner. Kunnskap om programmering og bruk av digitale verktøy vil trolig spille en viktig rolle i morgendagens arbeidsmarked, og innføringen av dette i skolen er en anerkjennelse av dette.

Matematikkfaget er et av de førende fagene i programmering og er derfor et område det er naturlig å ta med i denne planen. Hva menes med programmering? Programmering er rett og slett å skrive programmer. Det er trinnvise instruksjoner gitt til datamaskinen. Et program er en samling med instruksjoner, ofte kalt *statements*, til en datamaskin eller en robot. Slike programmer kan gjøre mye forskjellig. Det kan for eksempel være spill, programmer som gjør matematiske beregninger eller programmer som lagrer informasjon om noe. Man kan også skrive programmer som innhenter og behandler informasjon fra gitte kilder, noe som gjør at programmering er et viktig verktøy i statistikk og dataanalyse.

Når programmering skal inn i opplæringen vil det være via lek og kreative metoder i barnehagen og på SFO, via bruk av konkrete. På skolen vil det først også bli introdusert som fysisk og praktisk arbeid. Dette kan overføres til digitalt arbeid på læringsbrettet via det visuelle programmeringsspråket Scratch og videre bli undervist i høynivåspråk som Python og Java.



6.2 Hva kan programmering brukes til?

Som nevnt kan programmering brukes til veldig mye forskjellig. Det er bare å slå på læringsbrettet eller datamaskinen for å se eksempler på hva programmering kan brukes til. Alle apper, spill, bilde- og tekstredigeringsverktøy du har brukt er eksempler på programmer. Slike programmer er gjerne veldig store og skrevet over flere år av mange drevne programmerere. Programmering kan også brukes på mindre skala for å løse matematiske problemer, simulere situasjoner man ønsker å finne ut mer om eller lagre og behandle informasjon på hensiktsmessig måte.

Programmering i barnehagen

Programmering inviterer til samarbeid og problemløsning og kan være en engasjerende måte å bruke digitale verktøy på i barnehagen. I rammeplanens kapittel om digital praksis blir det pekt på at digitale verktøy er en naturlig del av et rikt og allsidig læringsmiljø i barnehagen. Når barna programmerer må de forklare og argumentere, utforske ulike fremgangsmåter, stå i et problem over tid, være kreativt, skape, og forbedre. Programmering vil derfor hjelpe barna å utvikle ferdigheter som er gunstige i mange sammenhenger. På lang sikt vil barna trenge å forstå hvordan digitale verktøy fungerer for å kunne være demokratiske deltakere i et høyteknologisk samfunn. Det finnes derfor mange gode grunner for å drive med programmering, selv for de minste. (statped.no)

Programmering i skolen

Programmering i skolen er en del av matematikkfaget, men også kunst og håndverk og musikk har programmering som en del av sine kompetansemål for å skape interaktivitet og visuelle uttrykk (LK20 s 58). Programmering er ikke en undergren av matematikk. Snarere er programmering en del av en helt egen fagdisiplin som ofte kalles informatikk. Programmering er innført i matematikkfagene fordi programmering brukes veldig mye i matematiske fag i dag. Programmering gjør det mulig for matematikere å gjennomføre store beregninger veldig fort, og de trenger derfor kunnskap om hvordan man kan skrive programmer for å anvende dette på en hensiktsmessig måte i fagfeltet sitt. Grunnleggende forståelse om programmering vil være viktig selv om vi nå ser at mange av de enklere programmeringsjobbene blir overlatt til Kunstig Intelligens.

6.3 Algoritme og algoritmisk tenkning

Utdanningsdirektoratet mener også at et viktig fellestrekk mellom matematikk og programmering er algoritmisk tenkning. En algoritme er en oppskrift på å løse et problem, og algoritmisk tenkning handler altså om å utvikle metoder for å løse problemer. Utdanningsdirektoratet legger vekt på at dette kommer til å bli en mer sentral del av matematikkfaget i fremtiden. De mener at ved å se programmering og matematikk i forening vil barn og unge utvikle sine evner til slik algoritmisk tenkning og problemløsning.



I programmering møter du kanskje flere ukjente begreper. De kan virke uhåndterlige når du møter dem for første gang, men har viktige funksjoner når du programmerer. Et av disse programmeringsbegrepene er «algoritme». En algoritme er enkelt forklart, en oppskrift. Det er en steg-for-steg-plan for å få noe gjort. Hvis algoritmen skal utføres av en datamaskin vil den at du skal skrive stegene med kommandoer som datamaskinen forstår. Dette kaller vi et programmeringsspråk. Når du er i utlandet og snakker engelsk kan det hende at du ikke er helt nøyaktige med grammatikk eller ordvalg, men likevel forstår andre hva du mener. Slik er det ikke for en

datamaskin. Den må få beskrevet alle stegene i riktig rekkefølge. Oppskriften, eller algoritmen, må være helt nøyaktig.

Men det er ikke bare datamaskiner som utfører algoritmer. Vi mennesker utfører ulike algoritmer hver dag. Det å følge stegene i en strikkeoppskrift er et eksempel på en algoritmisk handling som mennesker utfører. Oppskriften, algoritmen, må være riktig for at genseren skal bli slik du har tenkt. Det samme gjelder baking. Det får konsekvenser for bakeresultatet om du ikke følger oppskriften. Opplever du feil i oppskriften må du som strikker, eller baker, gå tilbake i oppskriften å feilsøke.

I prosessen med å bake boller, eller strikke en genser, oppdager du gjerne feil og retter dem opp. Du må løse mindre steg for å komme videre, og fortsette og holde ut til du har ønsket resultat. Derfor er du på mange måter en algoritmisk tenker. For å utvikle algoritmisk tankegang trenger du dermed ikke å programmere, men programmeringen kan fungere som en plattform til å utvikle algoritmisk tankegang (Statped, 2021).

I skolesammenheng egner programmering seg godt som en metode for å utvikle algoritmisk tankegang, men barn og unge skal også jobbe med problemløsningsmetoden når de løser oppgaver i for eksempel matematikk.

Kompetansemålene i matematikk er bygget opp rundt fagets seks kjerneelementer, der utforskning og problemløsning er sentralt. Algoritmisk tenkning er her tydeliggjort som en av problemløsningsmetodene som er gunstige å bruke. Det er fagene naturfag og matematikk som har et særlig ansvar for å jobbe med begreper innen programmering, men programmering skal også brukes i andre fag.

Programmering inviterer til samarbeid og problemløsning og kan være en engasjerende måte å bruke digitale verktøy på i barnehagen. I rammeplanens kapittel om digital praksis blir det pekt på at digitale verktøy er en naturlig del av et rikt og allsidig læringsmiljø i barnehagen. Når barna programmerer må de forklare og argumentere, utforske ulike fremgangsmåter, stå i et problem over tid, være kreativt, skape, og forbedre. Programmering vil derfor hjelpe barna å utvikle ferdigheter som er gunstige i mange sammenhenger. På lang sikt vil barna trenge å forstå hvordan digitale verktøy fungerer for å kunne være demokratiske deltakere i et høyteknologisk samfunn. Det finnes derfor mange gode grunner for å drive med programmering, selv for de minste (les mer [her](#)).

Algoritmisk tenkning som problemløsningsmetode

Nøkkelbegrepene og arbeidsmåtene som inngår i algoritmisk tenkning kan være fine å se på når du jobber med problemløsende oppgaver i klasserommet. Dette er også betydningsfulle punkter når du programmerer. Derfor bruker vi gjerne programmering som en plattform til å utvikle algoritmisk tankegang.

Nøkkelbegrepene

1. Logikk - analysere og forutse
2. Algoritmer - Regler og steg-for-steg
3. Dekomposisjon - Bryte ned mindre deler
4. Mønstre - finne og bruke likheter
5. Abstraksjon -Fjerne unødvendige detaljer
6. Evaluering - Gjøre vurderinger

Arbeidsmåtene

- Fikle - Utforske og eksperimentere
- Skape - Designe og lage
- Feilsøke - Oppdage og rette feil
- Holde ut - Fortsette og prøve igjen
- Samarbeide - dele og jobbe sammen



Modell: udir.no .

Modellen over som tekst

+

Nøkkelbegrep

1. Logikk: analysere og forutse
2. Algoritmer: regler og steg-for-steg
3. Dekomposisjon: bryte ned mindre deler

4. Mønstre: finne og bruke likheter
5. Abstraksjon: fjerne unødvendige detaljer
6. Evaluering: gjøre vurderinger

Arbeidsmåter

- Fikle: utforske og eksperimentere
- Skape: designe og lage
- Feilsøke: oppdage og rette feil
- Hold ut: fortsette og prøve igjen
- Samarbeide: dele og jobbe sammen

7 Metoder og organisering

I rammeplanen for barnehagen kommer det tydelig frem at arbeidet med fagområdet antall, rom og form skal "stimulere barns undring, nysgjerrighet og motivasjon for problemløsning" (Udir, 2017). Fagområdet omfatter lekende og undersøkende arbeid, samt å søke løsninger gjennom undring, utforsking og bevegelse. Dette er også elementer som blir nevnt i læreplanen for grunnskolen i arbeid med matematikkfaget. Barn og unge skal tilegne seg matematiske ferdigheter gjennom utforsking, problemløsning og kommunikasjon. For å møte disse arbeidsmetodene kommer det en rekke forslag på hvordan det kan jobbes i og utenfor klasserommet med faget matematikk.

FAL (fysisk, aktiv læring)

+

[FAL \(fysisk, aktiv læring\)](#) (lenke) er et samlebegrep for læringsprosesser der barn og unge er fysisk aktive. FAL kan foregå på mange ulike måter, i ulike fag og på ulike læringsarenaer.

Lekbasert læring

+

[Lekbasert læring](#) (lenke)

Barn og unge søker mening i alt de gjør, og gjennom lek stimuleres både sosiale, emosjonelle og kognitive ferdigheter. Lekbasert læring består av både fri lek og veiledet lek. Veiledet lek er et pedagogisk bidrag med utgangspunkt i hvordan barn lærer; ved aktivitet, engasjement, meningsskapning og i sosial interaksjon. ([uis.no](#))

Stasjonsundervisning

+

[Stasjonsundervisning](#) (lenke)

Systematisk stasjonsundervisning gjør det enklere å drive variert, praktisk og problemløsende undervisning. Barn og unge får også sette ord på og diskutere matematikk på en helt annen måte enn i tradisjonell klasseromsundervisning.

Utematematikk

+

[Utematematikk](#) (lenke) gir rom for variasjon blant annet ved å kombinere bevegelse, fysisk aktivitet og læring. Det åpner opp for kreativ tenking og mange spennende diskusjoner. For at læringsutbyttet hos barn og unge skal bli størst mulig, er det nødvendig å knytte uteaktiviteten sammen med for- og etterarbeid.

Konkretiseringsmaterieil

+

Bruk av [konkretiseringsmaterieell \(lenke\)](#) som læringsstøttene utstyr bør barn og unge trenes i å bruke hele skoleløpet.

Storyline

+

[Storyline \(lenke\)](#)

En metode som strukturerer bruk av fortelling i undervisningen. Storyline åpner for både kreative, estetiske, intellektuelle og følelsesdrevne (affektive) læreprosesser og kan brukes både tverrfaglig og i enkeltstående skolefag. Storyline ble blant annet utviklet for å styrke elevenes språkferdigheter og sosiale ferdigheter.

Entreprenørskap

+

[Entreprenørskap \(lenke\)](#) handler om å finne på nye ting, å ha evnen til å se nye muligheter og til å realisere dem. I dette arbeidet er elevene sosiale, de kan se muligheter og tenke nytt innenfor ulike tema og aktiviteter.

Drama

+

Gjennom [drama \(lenke\)](#) som metode, får elevene mulighet til å uttrykke seg på ulike vis innenfor et tema.

MatteLIST

+

[MatteLIST \(lenke\)](#)

Utforsking- og problemløsningsaktiviteter for barnehage og skole. Oppgavene er enkle å starte med, og kan samtidig gi faglige utfordringer (rike oppgaver). MatteLIST-oppgaver legger derfor til rette for en inkluderende kultur hvor alle kan delta på sitt nivå.

Utforsking/ problemløsning

+

[Utforsking/ problemløsning \(lenke\)](#)

Problemløsningsoppgaver åpner opp for diskusjoner med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper.

Rike og åpne oppgaver

+

Rike og åpne oppgaver (lenke) er problemløsningsoppgaver der løsningsmetoden/fremgangsmåten er uklar for problemløseren.

Læringspartner/ læringsgrupper

+

Læringspartner/ læringsgrupper (lenke)

Barn og unge får mulighet til å arbeide sammen med forskjellige barn og unge og mulighet til å diskutere, samtale og løse oppgaver sammen. Barn og unge lærer mer når man sammenligner oppgaveløsninger, og forklarer for hverandre hva de har tenkt.

IGP

+

IGP (lenke) er en metode for å fremme medskapning, involvering og forpliktelse fra alle deltakerne (elevene).

- I- Individuell refleksjon
- G-Grupperefleksjon/ rekkefremlegg
- P-Plenumsfremlegg

Matematisk samtale

+

Matematisk samtale (lenke)

Barn og unge utfordres intellektuelt når de må forklare og begrunne fremgangsmåter, løsningsstrategier og resultater.

Ambisiøs matematikkundervisning

+

Ambisiøs matematikkundervisning (lenke) er en type matematikkundervisning som har som mål å utvikle barn og unges forståelse og engasjement, samt deres evne til å beregne, anvende og resonnerer, kalles ofte for ambisiøs matematikkundervisning.

Lesing i matematikk

+

Lesing i matematikk (lenke) vil si å forstå komprimerte tekster med symbol og begreper. I dette arbeidet anbefales nærlesing eller dybdelesing.

Digitale verktøy og digitale programmer

+

Digitale verktøy og digitale programmer brukes som et supplement i undervisningen, enten det er å dokumentere hva man har gjort, ta lydopptak eller øve på drilloppgaver.

Den algoritmiske tenkeren

+

[Den algoritmiske tenkeren \(lenke\)](#)

Algoritmisk tenkning innebærer å bryte ned komplekse problem til mindre, mer håndterlige delproblemer som lar seg løse.

Den algoritmiske tenkeren må være systematisk og analytisk i sitt arbeid, men det er minst like viktig å være skapende, eksperimenterende og åpen for alternative løsninger.

Thinking classroom

+

[Thinking classroom \(lenke\)](#)

Det er 14 prinsipper for tenkende klasserom. Læreren legger til rette for hvordan barn og unge tenker og jobber med matematikk, ved å tenke på alt fra de gode spørsmål til hvordan klasserommet er innredet.

Favorittfeil

+

[Favorittfeil \(lenke\)](#) brukes til å avdekke misoppfatninger innenfor matematiske temaer. Man fremhever også verdien i å gjøre feil i læringsprosessen.

Oppstarts aktivitet

+

[Oppstarts aktivitet \(lenke\)](#) brukes til å koble barn og unge på faget og temaet som skal jobbes med.

7.1 Undersøkende matematikkundervisning (Inquiry based learning and teaching)

Eksempel som tar utgangspunkt i areal:

Mange barn og unge forklarer areal ved å si at det er det samme som lengde ganget med bredde. Disse barn og unge gjengir formelen for hvordan man finner arealet av et rektangel i motsetning til å forklare at areal er; et mål for hvor stor en flate er, en flate som alltid har to dimensjoner. I enhetene som brukes for areal, for eksempel m² eller km², gjenspeiles de to dimensjonene i skrivemåten.

- En oppgave som kan gis i klasserommet er å be barn og unge om å finne ut hvor stor pulten deres er. Her vil det dukke opp flere spørsmål som f.eks. hva menes med hvor stor? kan vi bruke linjal? Det kan være et godt

valg å ikke la barn og unge bruke linjal, men heller bruke f.eks. en bok eller lignende for å finne ut hvor mange bøker som trengs for å dekke overflaten til pulten. Om barn og unge da finner ut at en pult er 16 bøker stor, hvordan vil de da beskrive denne størrelsen for noen som ikke har samme bok å måle med? Dette vil igjen kunne bringe barn og unge videre inn i oppdagelsen av hvorfor bruk av måleenheter er viktig.

- En annen oppgave som kan gis er f.eks. å finne areal for to ulike rektangler hver for seg, for deretter å sette sammen rektanglene til ulike sammensatte figurer. Her kan de undersøke hvordan arealet endres med tanke på hvordan figurene settes sammen. Man kan også benytte seg av andre figurer enn rektangler, f.eks. et kvadrat og en sirkel osv. Her kan man f.eks. bruke geobrett som konkretiseringsmateriale

En undersøkende matematikktime skiller seg i betydelig grad fra tradisjonell undervisning, og den følger ofte en tredelt struktur. Oppgavene som egner seg til denne type undervisning blir ofte kalt «rike oppgaver».

- Læreren presenterer en ny, kognitivt krevende oppgave eller aktivitet for barn og unge
- Barn og unge får god tid til å jobbe med denne aktiviteten, læreren observerer arbeidet, oppmuntrer barn og unge til å finne ulike og nye løsninger og til å beskrive hvordan de tenker
- Hele klassen diskuterer aktiviteten, og de ulike løsningsmetodene som er blitt gjort.
- Læreren leder diskusjonen på en måte som gjør at barn og unge blir oppmerksomme på hvordan de ulike løsningene henger sammen, og hvordan løsningene er relatert til læringsmålene for timen.

Kjennetegn på en undersøkende (ambisiøs) matematikkundervisning

- Barn og unge arbeider med oppgaver og aktiviteter som fremmer resonnering og problemløsning.
- Barn og unge har mange muligheter til å samarbeide, og deltar i matematiske samtaler.
- Barn og unge utvikler egne løsningsstrategier.
- Læreren etablerer et positivt affektivt klassemiljø ved å behandle barn og unge med respekt, lytte til ideene deres og verdsette deres faglige bidrag.
- Læreren fremmer dybdelæring og forståelse i matematikk.
- Læreren kommer med konkrete og konstruktive tilbakemeldinger som utfordrer barn og unge
- Feil anses som en del av læringsprosessen.

Ambisiøs undervisning

En matematikkundervisning som har som mål å utvikle barn og unges forståelse og engasjement, samt deres evne til å beregne, anvende og resonnere, kalles ofte for ambisiøs matematikkundervisning. Matematikksenteret jobber for en undervisning som engasjerer alle - en «ambisiøs matematikkundervisning».

Ambisiøs undervisning (Ambitious teaching) bygger på en økende mengde forskning fra de siste tretti årene, hvor *undersøkende arbeidsmetoder* står sentralt for barn og unge.

I en undersøkende og ambisiøs undervisningskontekst setter læreren opp læringsmålene, men lar barn og unge selv utforske problemene for å finne mønstre og systemer. Barn og unge driver aktiv matematisk utforskning, og diskuterer egne løsningsstrategier med hverandre. Om barn og unge tar feil, anses det som en naturlig del av læringsprosessen. Når barn og unge får lov til å utforske et felt og diskutere hvordan de tenker - med hverandre - oppdager de at matematikk slett ikke er et fag som kun består av å huske hva læreren har sagt. I stedet blir det til et spennende og aktivt fag som består av utforskning på barn og unges egne premisser.

Ambisiøs undervisning bygger på noen sentrale prinsipper for lærerens arbeid, og disse må sees i sammenheng med hverandre. Ambisiøs matematikkundervisning kan være krevende – men gøy! – og vi oppfordrer alle lærere til å *bruke tid* på å utvikle sin egen praksis. (Matematikksenteret.no)

Matematikk som gir mening

Dette prinsippet handler om at læreren:

- prøver å forstå hvordan matematiske temaer kan gi mening for barn og unge
- forbereder aktiviteter på en måte som gjør at barn og unge får ansvar for å arbeide med seriøs matematikk
- gir barn og unge muligheter til å resonnerer

Læreren må med andre ord ta utgangspunkt i barn og unges *tenking*. De må stille spørsmål, observere og tolke barn og unges resonnering, språk og argumenter og, basert på dette, tilpasse undervisningen. Målet er å fremme barn og unges læring.

Deltakelse og likeverdig tilgang

Undervisningen skal gi *alle* barn og unge mulighet til å arbeide med utfordringer i matematikk, og *alle* får likeverdig tilgang til å lære.

Læreren skal ta utgangspunkt i at alle barn og unge, uansett deres nåværende ferdigheter eller kompetanse, er i stand til ambisiøs læring. Han forsøker å differensiere undervisningen på måter som gjør at alle barn og unge, med ulike bakgrunner og læringsspor, kan ha fremgang i matematikk.

Tydelige læringsmål

I en ambisiøs matematikkundervisning, planlegger læreren aktivitetene og gjennomfører dem med tydelige læringsmål i sikte. Disse læringsmålene er ofte forbundet med de sentrale ideene (big ideas) i matematikk. Læreren må være godt kjent med det matematiske innholdet, på en slik måte at hen kan hjelpe barn og unge i læringsprosessen.

Kunnskap om barn og unge som lærende individer

Dette prinsippet handler om at lærere må kjenne barn og unges individuelle styrker, vaner, og problemer, så vel som hvem barn og unge er som lærende:

- hva de kan og håper å kunne
- hvordan de arbeider best
- hvordan de ser på seg selv og egen læring

Her kan du lese litt om hva det innebærer: [Hva kjennetegner god matematikkundervisning? | Matematikksenteret.](#)

Motivasjon og engasjement for læring

Barn og unge har en iboende og et menneskelig behov for å lære, og denne medfødte nysgjerrigheten må vi bidra til å verne om og utvikle i skolen. Av både erfaring og forskning vet vi at barn og unge ikke alltid er motivert

for å utføre arbeid som skal gjøres. Motivasjon er den viktigste faktoren for å handle og utføre noe, og for læreren er drivkraften og motivasjonen til barn og unge, det vi er på jakt etter. Motivasjon deles ofte inn i indre og ytre motivasjon. Indre motivasjon blir beskrevet som et selvstendig ønske, en drivkraft og av egen interesse som gjør at barn og unge lærer av seg selv og er nærmest selvdreven i læringsarbeidet. Læreren bør være på søken etter barn og unges indre motivasjon som fremstilles som «gullstandard» for læring.

Rike oppgaver

«Hvorfor er himmelen blå når lufta er gjennomsiktig?» Dette er et stort spørsmål vi kan oppleve å få i klasserommet. Spørsmålet fra barn og unge er relatert til å prøve å forstå komplekse fenomener, og det kan være vanskelig å ta imot spørsmål som krever mer enn en enkel forklaring. Men nettopp slike spørsmål kan gi oss mulighet til å engasjere barn og unge i oppgaver der de må tenke og arbeide seg gjennom komplekse problemer. Denne undringen over et reelt problem er noe vi kan ta fatt i og bruke som en rik oppgave. Rike oppgaver er en undervisningsmetode som kan bidra til at barn og unge utvikler en dypere forståelse av verden omkring seg, fordi de arbeider med autentiske problemer. En problemløsningsoppgave der løsningsmetoden/fremgangsmåten er uklar for problemløseren. Problemløsningsoppgaver åpner opp for diskusjonsmulighet med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper (Björkqvist (2003), Hedrén m.fl.(2005). (Ullensaker kommune)

En rik oppgave skal:

- introdusere viktige ideer eller løsningsstrategier
- være lett å forstå slik at alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å jobbe med den (lav inngangsterskel)
- oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og tillates å ta tid
- kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
- kunne initiere en faglig diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og ideer
- kunne fungere som brobygger mellom ulike faglige områder
- kunne lede til at barn og unge og lærere formulerer nye interessante problemer (Hva hvis ...? Hvorfor er det sånn ...?)

En rik oppgave kan i tillegg til ferdighetstrening også gi barn og unge erfaring med problemløsning, utforskning, matematisk tenking, samarbeid og kommunikasjon. Rike oppgaver er selv-differensierende på grunn av den lave inngangsterskelen og mulighetene for å utvide oppgaven. Problemløsningsoppgaver kan enten formuleres av lærere, barn og unge eller i samarbeid mellom lærere og barn og unge.

Rike oppgaver gir barn og unge mulighet til å være kreative og utforskende. Det er ikke mulig å være kreativ uten å gå i baret noen ganger. I [overordnet del pkt. 3.2](#) om undervisning og tilpasset opplæring står det at prøving og feiling kan være en kilde til læring og erkjennelse. Barn og unge skal oppfordres til å prøve seg når det er usikkert om de vil lykkes. Det er skolens oppgave å gi barn og unge trygghet til å krysse grenser og prøve noe vanskelig. Barn og unge må få oppleve undervisning som en øvingsarena, der de nettopp kan være kreative og sette egen faglig forståelse på prøve.

7.2 Aktiv bruk av kommunikasjon og det matematiske språket

Språkforståelse er en spesielt viktig del av den tidlige matematiske forståelsen. Arbeid med språk og begreper er avgjørende for å forstå matematikken, og unngå at det oppstår vansker knyttet til matematikkfaget. Dette krever at barn og unge har en god forståelse for grunnleggende matematiske begreper. Barn og unge utfordres intellektuelt når de må forklare og begrunne fremgangsmåter, løsningsstrategier og resultater. Dette flytter fokus fra svaret til prosessen frem mot svaret. For barn og unge med svake ferdigheter i matematikk skal arbeid med begrepsforståelse være en sentral del av opplæringen. Dette er også spesielt viktig for flerspråklige barn og unge.

For å stimulere til aktiv bruk av det matematiske språket, kan «Samtaletrekk» anvendes som et virkemiddel for å lede matematiske **samtaler** mot et definert læringsmål. Hensikten er å fremme barn og unges læring og tenking, ha matematiske samtaler av høy kvalitet, ha fokus på matematiske ideer og hjelpe barn og unge til å se sammenhenger.

Tabellen under viser oversikt over samtaletrekkene som kan anvendes ([les mer her](#)):

Lærertrekk	Hva læreren gjør	Fordeler
GJENTA: Du sier at dette er et oddetall? Du sier at prosent betyr hundre? Så du sier at...? ...er det det du mener?	Repeterer (deler av) elevens utsagn, og ber eleven svare på om det er riktig oppfattet eller ikke. Bekrefter og avklarer.	Gjør elevens ideer tilgjengelige for læreren og andre elever slik at de kan forstå dem. Elevene får rom til å tenke slik at de lettere kan følge med på det matematiske innholdet.
REPETERE: Kan du gjenta hva han sa med dine egne ord?	Spør en annen elev om å gjenta medelevens resonnement.	Gir elevene mer tid til å fordøye en idé, samt å høre den på en annen måte. Får bekreftet at andre elever virkelig hørte ideen til eleven. Viser elevene at deres matematiske ideer er viktige og blir tatt på alvor.
RESONNERE: Er du enig eller uenig? Begrunn. Hva mener du om det? Hvorfor tror du det?	Spør elevene om å bruke egne resonnement på andres resonnering. Presser på for å få fram resonnement.	Inngangsdør for å få fram elevenes tenking. Posisjonerer elevenes matematiske ideer som viktige. Hjelper elevene med å engasjere seg i hverandres resonnering.
TILFØYE: Har noen noe de vil føye til? Kari, du rekker opp hånda, har du noe å tilføye?	Prøver å få elevene til å delta i en videre diskusjon.	Oppmuntrer elevene til å dele sine ideer. Bidrar til å etablere en norm om å se sammenhenger mellom elevenes matematiske ideer og bygge dem.

Lærertrekk	Hva læreren gjør	Fordeler
VENTE: Ta den tiden du trenger... vi venter. (Tell sakte til 10 - minst!)	Venter uten å si noe.	Bringer viktige bidrag fra flere elever inn i diskusjonene. Kommuniserer en forventning om at alle har viktige ideer de kan bidra med.
SNU OG SNAKK: Snu deg og snakk med eleven ved siden av deg.	Går rundt og lytter til samtalene og vurdere hvem som skal spørres.	Gir elevene mulighet til avklaringer og til å dele ideer. Gir elevene mulighet til å orientere seg mot hverandres tenking.
ENDRE: Har noen av dere endret tenkingen deres?	Spør om noen av elevene har endret mening.	Gir elevene mulighet til å revurdere og endre tenkingen sin etter nye tilbud.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). Classroom discussions. Using math talk to help student learn. Mausalito: Math Soutions.

7.3 Regning i alle fag

I LK20 blir regning beskrevet som en av fem grunnleggende ferdigheter. Regning som grunnleggendeferdighet innebærer å kunne anvende matematikk i ulike fag når det er relevant og på de ulike fagenes premisser. Å kunne regne i fag er avgjørende for læring i alle fag.

Aktiviteter/innhold

I kolonnen under er det et lite utvalg av aktiviteter som kan brukes i læringsprosesser.

Hvordan regne i alle fag?

Fag	Hvordan regne i alle fag
Engelsk	Valuta, måleenheter, regne med forhold, tabeller og statistikk
Norsk	Argumentasjon, lese tabell, samle inn data, gjennomføre undersøkelse, tolke data
Samfunnsfag	Argumentasjon, lese tabell, samle inn data, gjennomføre undersøkelse, tolke data, budsjett
Naturfag	Praktisk måling, måleenheter, formelregning, lese tabeller, samle inn, analysere og bruke data, modellering

Fag	Hvordan regne i alle fag
KRLE	Tidslinje, tolke diagrammer og tabeller, hente ut og bearbeide informasjon
Mat og helse	Måling, omgjøring av enheter, budsjett, følge en oppskrift, endre oppskrifter /regne med forhold, beregne tid
Kroppsøving	Tid, rom, form, målestokk, tabell, symboler, mengde (antall)
Musikk	Brøk / Noter, rytme, musikalske mønstre, beregne tid
Kunst og håndverk	Måling og målestokk, formlikhet, geometri, perspektivtegning, det gyldne snitt
Fremmedspråk	Valuta, tabeller og statistikk

7.4 Tips til foresatte



Det kan være utfordrende å hjelpe barna med matematikkleksene og noen ganger kan de streve med motivasjonen. Det er viktig at man som foresatt likevel er støttende og overfører gode holdninger til faget. Her er noen gode råd og tips som kan gjøre det enklere å hjelpe barna med matematikk. Lykke til!

Praktiske matematikkøvelser i hverdagen

Har du lyst til å gjøre en ekstra innsats i hverdagen? Her er noen eksempler på både praktiske og teoretiske utfordringer barn og unge kan ha nytte av for å øke sin forståelse i matematikk. Ofte dreier det seg om å være oppmerksom når muligheten er der – det finnes matematikk i mange hverdagssituasjoner.

For de aller yngste

- La barna dekke bordet. Kanskje de selv kan finne ut hvor mye dekketøy de trenger? Utnytt andre situasjoner der det er viktig å finne riktig antall.
- **Spill** med barna. Terning-, brett- og kortspill. La det gå rolig for seg. Barna må selv finne og gjenkjenne verdier på kort og terninger og etter hvert regne poeng, for eksempel i Yatzy. La barna forklare hvordan de tenker og diskuter om det er flere måter å gjøre det på.
- **Lag mat** sammen med barna.
- **Handle** sammen med barna.
- **Snakke om tid**, vær bevisst på å bruke tidsbegreper i samtale med barn.
- **På tur** – finne former i naturen, sammenligne ulike gjenstander, bygge med naturmaterialer.
- La barna få dataprogram og apper som gir erfaring med penger.

For de litt eldre

- Skal det være kokt ris til middag? Hvor mange porsjoner trenger dere? La barna få oppskrift på antall desiliter ris og vann per porsjon. De må selv måle opp og gjerne stå for koking. Hvor stor må gryta være? Pass tiden! Utnytt tilsvarende situasjoner med måling og veiing.
- **Lag mat** med barna og snakk om måling, veiing, beregning av porsjoner og tid (heving og steking). Bruk gjerne oppskrifter på nett.
- La det gå sport i å **gjette** på masse, tid og areal. Hvor mye veier melke- eller juskartongen nå? Finn vekter som varierer fra noen titalls gram til flere kilogram.
- Dere kjører kanskje bil med barna noen ganger? Benytt situasjonen til å **snakke med barna**. Hva betyr tallene på skiltene? Hvor langt er det dit vi skal? Hvor fort kjører vi? Hvor lang tid vil det ta? Når vil vi være framme?
- Tjene penger, spare og planlegge økonomi. Bruk gjerne ulike apper.
- **Spill** med barna. Terning- og kortspill.
- **La barna benytte penger**.
- Utfordre gjerne barna på matematiske problemer: Anette, Belinda og Christina er til sammen 31 år? Hvor gamle er de til sammen om tre år? På [Kengurusidene](#) våre, og på [Mattelist.no](#) finner du flere slike matematiske problemer.

For de eldste

- **Planlegg innkjøp** av mat for en periode. Hva skal vi ha til middag? Hvor mye skal vi kjøpe? Hvor mye penger kan vi bruke? Kanskje kan du involvere ungdommen i økonomi på andre felt også?
- **Spill** med de unge. Terning- og kortspill.
- Utfordre ungdommen til å løse matematiske problemer

MATEMATIKK-TIPS TIL FORELDRE



Matematikksenterets 7 gode råd til foreldre som skal hjelpe barn med matematikken.

1 HA HØYE FORVENTNINGER

Barn og unges utvikling i matematikk blir formet og begrenset av hva som blir forventet av dem.

2 VIS AT INNSATS LØNNER SEG

Strebing, innsats og utholdenhet er viktig for å lære matematikk. Forvent frustrasjoner! Din innstilling og innsats er viktigere enn den matematiske kunnskapen du har.



3 HVORDAN TENKTE DU?

Be barna forklare hvordan de tenker. Det er like viktig som å få svar på oppgaven.

6 VÆR NYSGJERRIG

Vær nysgjerrig på matematikk sammen med barnet!

4 MANGE LØSNINGSMÅTER

Matematikk er logikk, og oppgaver kan løses på mer enn en måte. Det barna forstår og ser logikken i, husker de bedre enn det de pugger.

7 LA BARN GRUBLE

Gi barna tid til å tenke og gruble. Får barna oppgaver som stort sett består av enkle utregninger? Spør skolen om de kan få praktiske oppgaver og problemer som kan øke motivasjonen.

5 «JEG LIKTE HELLER IKKE MATEMATIKK...»

Unngå å formidle negative holdninger til matematikk. Det hjelper ikke barnet om de får høre at du ikke var flink i matematikk, og at du har klart deg godt i livet likevel.

Illustrasjonen over i tekst-alternativ

+

Matematikk-tips til foreldre

Matematikksenterets 7 gode råd til foreldre som skal hjelpe barn med matematikken.

1. **Ha høye forventninger.** Barn og unges utvikling i matematikk blir formet og begrenset av hva som blir forventet av dem
2. **Vis at innsats lønner seg.** Strebing, innsats og utholdenhet er viktig for å lære matematikk. Forvent frustrasjoner! Din innstilling og innsats er viktigere enn den matematiske kunnskapen du har.
3. **Hvordan tenkte du?** Be barna forklare hvordan de tenker. Det er like viktig som å få svar på oppgaven.
4. **Mange løsningsmåter.** Matematikk er logikk, og oppgaver kan løses på mer enn en måte. Det barna forstår og ser logikken i, husker de bedre enn det de pugges.
5. **“Jeg likte heller ikke matematikk...”** Unngå å formidle negative holdninger til matematikk. Det hjelper ikke barnet om de får høre at du ikke var flink i matematikk, og at du har klart deg godt i livet likevel.
6. **Vær nysgjerrig:** Vær nysgjerrig på matematikk sammen med barnet!
7. **La barna gruble.** Gi barna tid til å tenke og gruble. Får barna oppgaver som stort sett består av enkle utregninger? Spør skolen om de kan få praktiske oppgaver og problemer som kan øke motivasjonen.

8 Ressurser

Anbefalt litteraturliste i matematisk kompetanse for barnehage

- Martin Carlsen, Unni Wathne, Gro Blomgren: *Matematikk for barnehagelærere*: 2017, Cappelen Damm Akademia, 3 utgave
- Mike Naylor, Gerd Åsta Bones: *Utematemikk for barnehage og begynneropplæring*: Matematikksenteret
- Elin Reikerås: *Temahefte for antall rom og form i barnehagen*: Kunnskapsdepartementet

Anbefalt litteraturliste i matematisk kompetanse for skole

- E. Klavenes, L. Karlsen og K. Kverndokken: *101 grep for å aktivisere elever i matematikk*: 2019, Fagbokforlaget
- P. Liljedahl: *Å bygge tenkende klasserom i matematikk*: 2023, Cappelen Damm Akademiske
- Solem, Alseth og Nordberg: *Tall og tanke*: 2014, Gyldendal Akademiske
- Solem, Alseth, Eriksen, Smestad: *Tall og tanke 2*: 2017, Gyldendal Akademiske

Lenker

- [Læreplan | Matematikksenteret](#)
- [Matematikk i barnehagen \(utdanningsnytt.no\)](#)
- [Antall, rom og form \(udir.no\)](#)
- [Tilrettelegging og tiltak ved matematikkvansker | www.statped.no](#)
- [Oppdage og kartlegge matematikkvansker | www.statped.no](#)
- [Hva er barnehagematematikk? | Matematikksenteret](#)
- [Brobyggeren | Språkløyper \(uis.no\)](#)
- <https://www.idebroen.no/tags.asp?tag=matte&show=all>
- [Lekbasert læring – et forskningsbasert førskoleopplegg fra Agderprosjektet](#)
- <https://barnehage.salaby.no/>
- [Realfagsloyper.no](#): Matematikksenteret

Tips til rike oppgaver:

- <https://www.matematikksenteret.no/blogg/rike-oppgaver-resonnering-og-argumentasjon>
- <https://www.mattelist.no/>
- <https://realfagsloyper.no/>

Tips til foreldre:

- Hentet fra <https://www.matematikksenteret.no/nyheter/matematikk-tips-til-foreldre-0>
- FIXS [Realfaglig programmering - FIKS - Forskning, innovasjon og kompetanseutvikling i skolen \(uio.no\)](#)

9 Kilder

- Aunio, P. & Räsänen, P. (2015). *Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators*. ResearchGate. Hentet 18. februar 2024 fra https://www.researchgate.net/publication/270888941_Core_numerical_skills_for_learning_mathematics_in_children_aged_five_to_eight_years_-_a_working_model_for_educators
- Akselsdotter, M. & Nygaard, S. (2018). *Matematikkvansker: teori og tiltak*. Pedlex
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008): *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407. Dowker, A. (2005).
- Fauskanger J., Mosvold R., & Bjuland R (2010): *Hva må lærere kunne?* Hentet 24. mai 2023 fra: http://www.caspar.no/artikkel_pdf/35c_t2010-4.pdf
- GoBan. (2024). *Publikasjoner*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://goban.no/forskning/>
- Holm, M. (2002). *Opplæring i matematikk*. Cappelen Damm Akademisk
- Idunn (2004). *Matematikkvansker som spesialpedagogisk tema*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.idunn.no/doi/10.18261/ISSN0048-0509-2003-04-05>
- Jensen, F. & Nortvedt, G. A. (2013). *Holdninger til matematikk*. I: Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (red.) Fortsatt en vei å gå: norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012, s. 97-120. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Research Council
- Klausen, T. & Reikerås, E. (2016). *Regnefaktaprøven*. Lesesenteret, Universitetet i Stavanger.
- Kunnskapsdepartementet (2008-2009): *Læreren, Rollen og utdanningen*. (Meld. St. 11 2008-2009). Hentet 24.mai 2023 fra: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/stmeld-nr-11-2008-2009/id544920/>
- Kunnskapsdepartementet (2016, April 15). Meld. St. 28. Hentet 24.mai 2023 fra: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>
- Lillestrøm kommune. *Kvalitetsplan Barnehage og skole. Regning*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.lillestrom.kommune.no/globalassets/pdf/oppvekst/kvalitetsplaner/kvalitetsplan-barnehage-og-skole---regning.pdf>
- Magne, O. (2003). *Barn oppdager matematikk*. Info vest forlag.
- Matematikksenteret (2015.) *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/publikasjoner/sentrale-kjennetegn-p%C3%A5-god-l%C3%A6ring-og-undervisning-i-matematikk>
- Matematikksenteret. *Problemløsning i barnehagen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/barnehage/litteratur-matematikk-i-barnehagen/probleml%C3%B8sing-i-barnehagen>
- Matematikksenteret. *Problemløsning*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/aktiviteter-og-filmer-i-mam/probleml%C3%B8sing>
- Matematikksenteret. *Fra læreplan til praksis*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/fra-l%C3%A6replan-til-praksis>
- Matematikksenteret. *Ambisiøs matematikkundervisning*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/mam/ambisi%C3%B8s-matematikkundervisning>

- Matematikksenteret (2021). *Matematikk-tips til foreldre*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/nyheter/matematikk-tips-til-foreldre-0>
- Matematikksenteret. *Hvordan kan vi identifisere elever med stort læringspotensial?*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.matematikksenteret.no/kompetanseutvikling/elever-med-stort-l%C3%A6ringspotensial/hvordan-kan-vi-identifisere-elver-med-stort>
- National Research Council (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press. Hentet 18.02.2024 fra <https://nap.nationalacademies.org/catalog/9822/adding-it-up-helping-children-learn-mathematics>
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2015): Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk. Hentet 24.mai 2023 fra: <https://utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>
- NOU 2014: 7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole*. Regjeringen. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/>
- NOU 2015: 8. (2015). *Fremtidens skole – fagfornyelse av fag og kompetanse*. Regjeringen. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/>
- Ostad, S.A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring*. Læreboka Forlag
- Realfagsløyper (2018). *Matematisk kompetanse*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T1.P2.M2A%208-13%20Sted%C3%B8y%20Matematisk%20kompetanse.pdf>
- Realfagsløyper (2018). *Dybdelæring i matematikk*. Hentet 18. februar 2024 fra https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2021-03/T3.P1.M1A-Dybdel%C3%A6ring%20i%20matematikk_2.pdf
- Reikerås, E. (2020). *Relations between play skills and mathematical skills in toddlers*. ZDM – Mathematics Education. Hentet 28. februar 2024 fra <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01141-1>
- Regjeringen (2009). *St.meld. 11. Læreren – rollen og utdanningen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/stmeld-nr-11-2008-2009-/id544920/?ch=2>
- Regjeringen (2018). *Kjerneelementer i fag*. Hentet 24.mai 2023 fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
- Shulman, L. S. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, 15(2), s. 4-14. Siemon, D., Beswick, K., Brady, K., Clark, J., Faragher, R., & Warren, E. (2011).
- Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. Mathematics Teaching, 77. Hentet 28. februar 2024 fra <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=102293>
- Statped (2021). *Programmering i barnehagen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.statped.no/laringsressurser/teknologitema/programmering-for-barn-med-saerskilte-behov/programmering/programmering-i-barnehagen/>
- Statped (2021). *Programmering i skolen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.statped.no/laringsressurser/teknologitema/programmering-for-barn-med-saerskilte-behov/programmering/programmering-i-skolen/>
- Statped (2021). *Algoritme og algoritmisk tenkning*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.statped.no/laringsressurser/teknologitema/programmering-for-barn-med-saerskilte-behov/programmering/algoritme-og-algoritmisk-tenkning/>

- Ullensaker kommune (2017). *Handlingsplan for matematisk kompetanse for barnehage og skole i Ullensaker kommune*.
- Ullensaker kommune (2021) *Handlingsplan for matematisk kompetanse i barnehage og skole*.
- Utdanningsdirektoratet (2017). *Rammeverk for grunnleggende ferdigheter*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/rammeverk/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/>
- Utdanningsdirektoratet (2017). *Rammeplan for barnehagen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/rammeplan-for-barnehagen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019). *Hva er kjerneelementene?* Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2020). *Fagfornyelsen*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/>
- Utdanningsdirektoratet (2021). *Rammeplan for SFO*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/utdanningslopet/sfo/rammeplan/>
- Utdanningsdirektoratet (2022). *Tilpasset opplæring*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/tilpasset-opplaring/>
- Utdanningsdirektoratet (2023). *De viktigste endringene i ny opplæringslov*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://www.udir.no/regelverk-og-tilsyn/skole-og-opplaring/ny-opplaringslov/hva-er-nytt-i-ny-opplaringslov/hva-er-nytt-i-ny-opplaringslov/#a199961>
- Utdanningsdirektoratet (2023). *Barn som er gode til å leke, har også gode ferdigheter i matematikk*. Hentet 28. februar 2024 fra <https://www.udir.no/tall-og-forskning/publikasjoner/vetuva/barn-som-er-gode-til-a-leke-har-ogsaa-gode-ferdigheter-i-matematikk/>
- Dahl, T. & Østern, T. P. (2020). *Læring uten kropp*. Hentet 18. februar 2024 fra <https://utdanningsforskning.no/artikler/2020/laring-uten-kropp/>
- Wæge, K. & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget
- Østern, T.P., Dahl, T., Strømme, A., Aagaard Petersen, J., Østern, L. & Selander, S. (2019). *Dybdelæring – en flerfaglig, relasjonell og skapende tilnærming*. Universitetsforlaget.